

TENTA

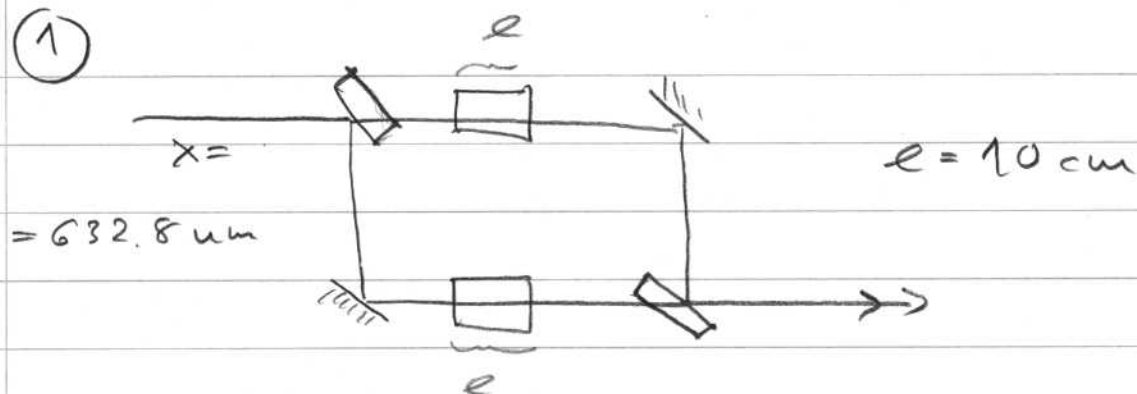
04 03 17

VÄGMEKNIK och OPTIK

Preliminära och

ungefärliga lösningar

①



De klar är inte försvagade och de utgående cellerna kan försummas. Endast skillnaden mellan de två fästa är relevant.

Fall 1: Båda cellerna fyllda

Skillnad i fas mellan de två armarna (med hänsyn taget endast av vägen mellan cellerna), $\Delta\varphi_1$

Vi antar att strålkärlarna så ut så som vi ritat, dvs endast extern reflektion

$$\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (l_u - l_u) = 0 \Rightarrow \text{pos. int.} \\ \Rightarrow \text{int. max.}$$

Fall 2:

Ena cellen töms. Int. värdet ändras! Hur många fraser passar tills att cellen fylls?

$$\Delta\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (l_u - l) = 2\pi \cdot m, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

, för ett nytt int. max

Precis 100 fraser har passerat. Alltså för $m = 100$ ett värde på utgående värde

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda} (n-1) = m = 100$$

$$\Rightarrow n = 1 + \frac{m\lambda}{\lambda}$$

$$\Rightarrow n = 1 + 0,0006328 \approx 1 + 0,00063$$

Detta är vid trycket $p = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

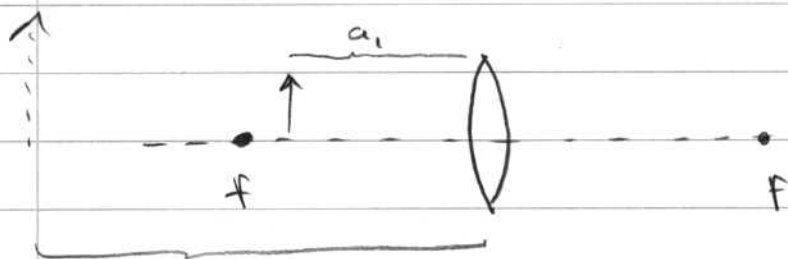
$$\Rightarrow n = 1 + A p$$

där $A p = 0,0006328$ för $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$$\Rightarrow A = 6,2 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

2

Fö-förstärkning!



$$M_v = 20$$

$$PH \Rightarrow M_v = \frac{0,25 \text{ m}}{f}$$

$$\Rightarrow f = 1,25 \text{ cm}$$

För att få denna maximala förstärkning
3D ska objektet placeras i fokuspunkt,
dvs $a_1 \approx f$.

Ögats påstånd är 3D ockritisk.

3

a) Antag två ortogonalt polariserade (linj., pol.)

vågor

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = E_0 \hat{x} \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t + \varphi_1) \\ \vec{E}_2 = E_0 \hat{y} \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$

Antag för enkelhets skull $k_1 = k_2$, $\omega_1 = \omega_2$, $E_0 = E_0$

Superposition $\Rightarrow$

$$\vec{E}_{tot} = E_0 \left\{ \hat{x} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_1) + \hat{y} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_2) \right\}$$

Val: $\varphi_1 = 0$ och $\varphi_2 = \pi/2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{E}_{tot} &= E_0 \left\{ \hat{x} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) + \hat{y} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \pi/2) \right\} \\ &= E_0 \left\{ \hat{x} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) + \hat{y} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \right\} \end{aligned}$$

vilket är cirkulär pol. ljus

b) Antag två cirk. pol. vågor, med olika rotations-
riktning

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = E_0 \left\{ \hat{x} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) + \hat{y} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \right\} \\ \vec{E}_2 = E_0 \left\{ \hat{x} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) + \hat{y} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \right\} \end{cases}$$

superposition $\Rightarrow$

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_0 \cdot$$

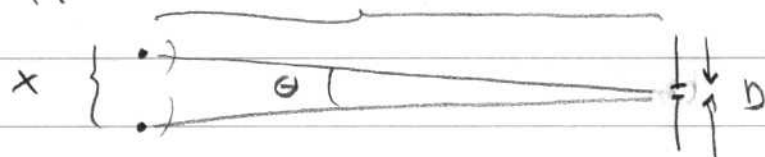
$$\cdot \left\{ \hat{x} \left(\sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) + \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \right) + \right. \\ \left. + \hat{y} \left(\sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) + \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \right) \right\}$$

$\hat{x}$ och $\hat{y}$ komponenterna har precis samma
fas i detta fall

$\Rightarrow$ linjär polarisation.

4

T-D näraliggande ljuskällor ska
upplösas



"Instrumentet" är blottat ögat. Alltså är
papilla det som begränsar upplösningen
genom diffraction.

Åulus: $D \approx 5 \text{ mm}$

Detta störlkänslighet på en bild är mycket
gott 1,5 m från varandra
 $\Rightarrow x \approx 1,5 \text{ m}$

Gräns för upplösning enligt Rayleigh:

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad \text{vi antar att vinkeln är liten}$$

$$\Rightarrow \theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

Vi tar ett λ mitt i synligt spektrum, $\lambda \approx 550 \text{ nm}$

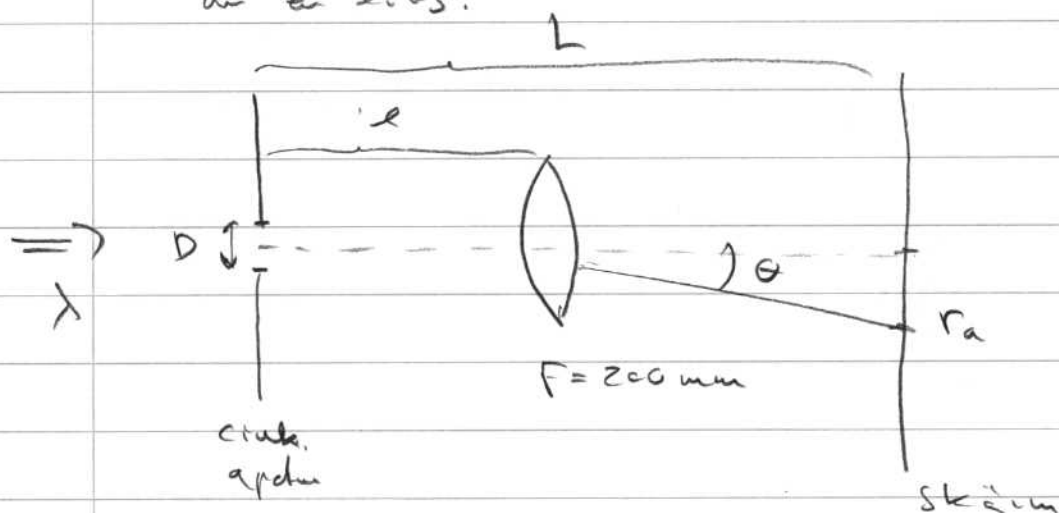
$$\Rightarrow \theta \approx 1,3 \text{ mrad}$$

$$\theta \cdot L \approx x \quad \Rightarrow L \approx 10 \text{ km}$$

Bilen kan alltså vara mycket
långt borta.

5

a) Ett "Fraunhofer-muster" ska uppstå med hjälp av en lins.



$$D = 1 \text{ mm}$$

$$\lambda = 500 \text{ nm}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

Det ideala Fraunhofer-musteret uppstår vid oändligheten. Det avbildas därför i fokallplanet.

$$\Rightarrow L - l = F \Rightarrow \underline{l = 80 \text{ cm}}$$

Diffr. i rikspaket:

$$\text{Första min } \sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

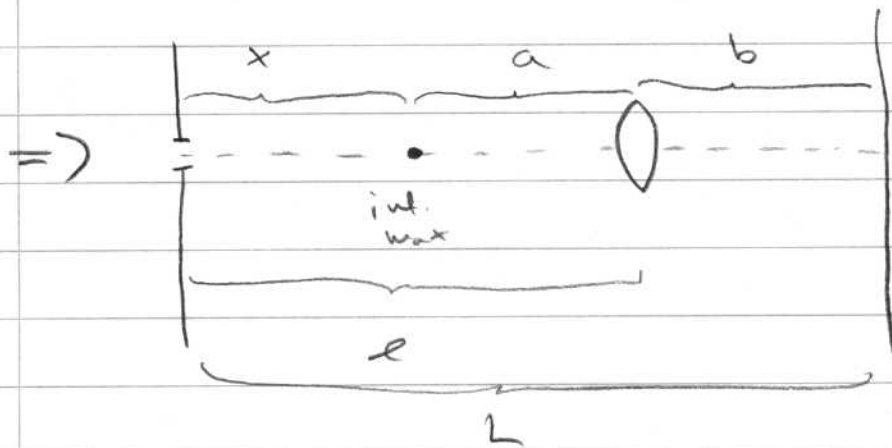
$$\text{För små vinklar: } \theta \approx \frac{r_a}{F} \approx \sin \theta$$

där r_a är radien

på första minimumet

$$\Rightarrow r_a = 1,22 \frac{\lambda F}{D} = 0,12 \text{ mm}$$

b) Ett kraftigt int. max. ska uppträda på axeln $\Rightarrow$ Fresnel diff! Antag



Punkten x ska vara den punkt där precis en Fresnelzon lyfts i axeln.

Denna punkt ska avbildas på skärmen, dvs $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

Villka för extrema variationer i Fresnel diff:

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = m \lambda x, \quad \text{antag här att } m = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{D^2}{4\lambda} = 0,5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow a + b = L - x = 0,5 \text{ m}$$

Man, med med en konvex linse, så är det MINSTA värdet på $a+b$ som går för en reell bild $4f = 0,8 \text{ m}$

$\Rightarrow$ Vi måste leta efter högre ordningars maximum.

$$\underline{m=3} \quad (\text{tre F-zoner})$$

$$\Rightarrow x = \frac{D^2}{4\lambda} \cdot \frac{1}{3} = 0,12 \text{ m}$$

Ok

$$\Rightarrow a+b = 0,83 \text{ m} \quad \text{Ok!!!}$$

Alltså: vi ska hitta ett läse på
linsen som uppfyller detta och
hans lensformel.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow b = \frac{af}{a-f}$$

$$0,83 = a+b = a + \frac{af}{a-f} = \frac{a^2 - af + af}{a-f} = \frac{a^2}{a-f}$$

$$\Rightarrow a^2 - 0,83a + 0,83f = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{0,83}{2} \pm \sqrt{\frac{0,83^2}{4} - 0,83f} = 0,50 \text{ m} \text{ eller } 0,33 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \underline{l = x + a = 0,5 \text{ m} \text{ eller } 0,67 \text{ m}}$$

Intensitet

$$\text{utan lins} \Rightarrow I_0 \sim \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 \quad (a_1 \text{ amplitud för 1. F-zon})$$

$$\text{Med fönstret} \Rightarrow I_x \sim (a_1 - a_2 + a_3)^2 \approx a_3^2 \approx a_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_x}{I_0} = \frac{a_1^2}{\frac{a_1^2}{4}} = 4$$

Förlust i ringar:

$$M = -\frac{a}{b}$$

$$b = \frac{af}{a-f}, \text{ T.ex. } a = 0,5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow b = 0,33 \text{ m}$$

$$\Rightarrow M = 1,5$$

Linjär förstärkning $\Rightarrow$ En yttre radie ökar med $M=1,5$
Koran ökar med $M^2 = 1,5^2$

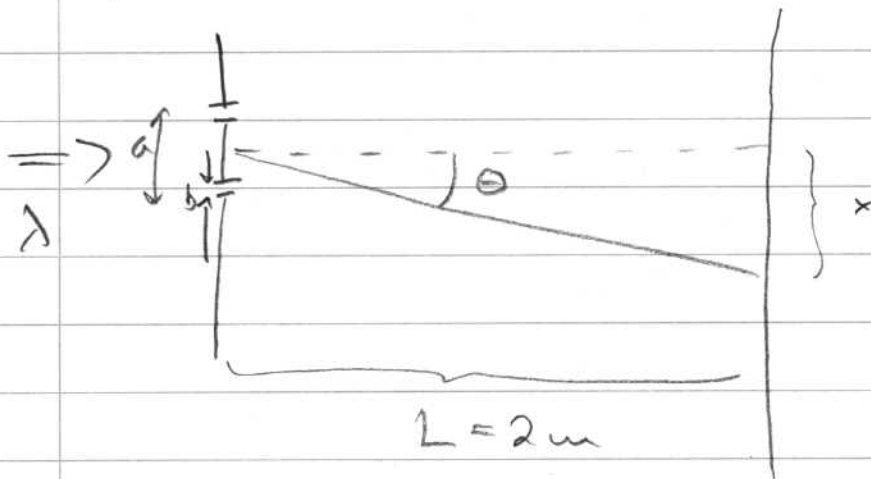
Indiansa ökar med $\frac{1}{1,5^2}$

$$\Rightarrow I' = 4I_0 \cdot \frac{1}{1,5^2} = 1,2 I_0$$

En mindre noggrann lösning än
denna kommer dock att accepteras

6

Interferensoppsettet har inga små
sidemaks $\Rightarrow$ Dubbelspalt



Største der punkt som svarer med Første
diff. min! ($b \sin \theta = 1 \cdot \lambda$)

Denne punkt (dvs samme θ) sammenfaller
nåsten med ett int. maks ($a \sin \theta = m \lambda$)

Det blir uansett 6'le int. maks

$$(a \sin \theta = 6 \cdot \lambda)$$

$$\Rightarrow \frac{b \sin \theta}{a \sin \theta} = \frac{1 \cdot \lambda}{6 \cdot \lambda} \Rightarrow \frac{a}{b} = 6$$

Første diff. min. finnes ved ungefær $x = 0,015 \text{ m}$

$$\text{Lita vinkel} \Rightarrow \sin \theta \approx \theta \approx \frac{x}{L}$$

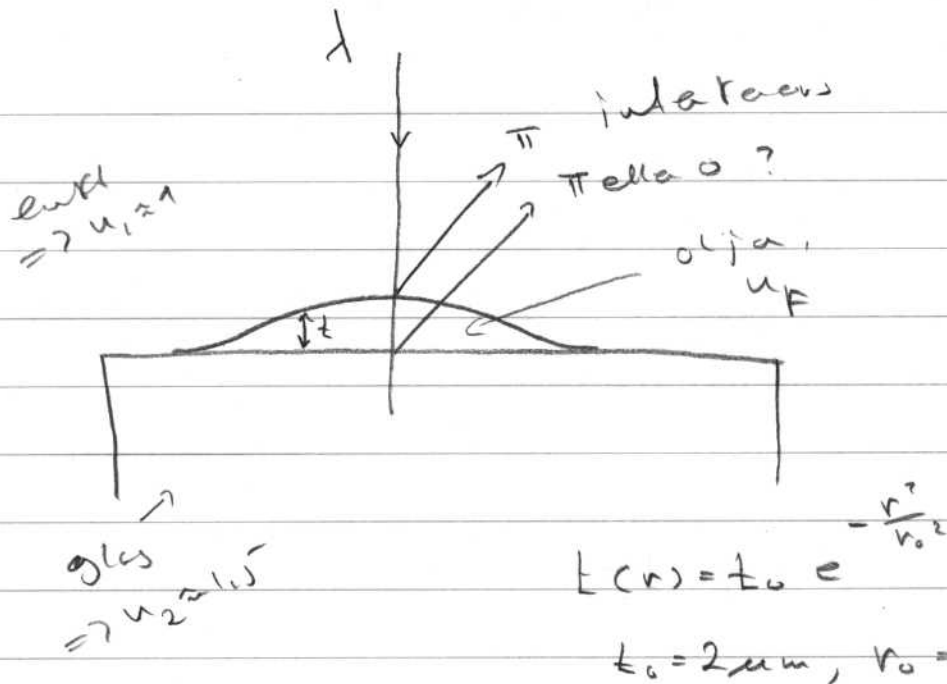
$$\Rightarrow b \frac{x}{L} = \lambda \Rightarrow b = \frac{L}{x} \lambda = 133 \lambda$$

$$a \approx 6 \cdot \lambda \approx 800 \lambda$$

* Våglängden är inte given, så spaltbredd
och spaltavstånd ges i enheter av λ

$$\begin{cases} b = 153 \lambda \\ a = 800 \lambda \end{cases}$$

7



Sått ovanifrån blir det ett interferensmönster med koncentriska ringar.

Om kanten av droppen är mörk eller ljus beror på om u_F är större eller mindre än u_g .

Vi antar $n_F < n_g$. Det omvända fallet skulle ge andra ljusa ringar till mörka, och tvärtom.

$$\text{Fas skillnad: } \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2t \cdot u_F + \pi$$

Vi väntar på var mörka (f.ör.) ringar kommer!

$$\text{Mörk: } \phi = (2m+1)\pi = 2m\pi + \pi \quad (m=0,1,2,\dots)$$

$$\Rightarrow m = \frac{2u_F}{\lambda} t(r) = \frac{2u_F t_0}{\lambda} e^{-\frac{r^2}{r_0^2}}$$

$$e^{-\frac{r^2}{r_0^2}} = \frac{m\lambda}{2u_F t_0}$$

$$-\frac{r^2}{r_0^2} = \ln\left(\frac{m\lambda}{2n_F L_0}\right)$$

$$V^2 = -r_0^2 \ln\left(\frac{m\lambda}{2n_F L_0}\right) = r_0^2 \ln\left(\frac{2n_F L_0}{m\lambda}\right)$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{r_0^2 \ln\left(\frac{2n_F L_0}{m\lambda}\right)}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{0.004 \cdot \ln\left(6.8 \cdot \frac{n_F}{m}\right)}$$

Oljans brytningsindex är inte samma !!

Bara som exempel kan vi kanske anta att $n_F \approx 1.45$ (ung. som glycerol).

Med säkerhet är $1.2 < n_F < 1.7$, så det blir rätt storleksordning i alla fall

$\Rightarrow$ Många ringar skulle alltså ha radier:

$$m=1 \quad \Rightarrow \quad r = 9.6 \text{ cm}$$

$$m=2 \quad \Rightarrow \quad r = 8.0 \text{ cm}$$

$$3 \quad r = 6.8 \text{ cm}$$

$$4 \quad 6.0 \text{ cm}$$

$$5 \quad 5.2 \text{ cm}$$

$$6 \quad 4.5 \text{ cm}$$

$$7 \quad 3.7 \text{ cm}$$

$$8 \quad 2.9 \text{ cm}$$

$$9 \quad 1.9 \text{ cm}$$

För högre m kan inte ekr. uppfyllas.

Alltså uppstade (med de värdena som
använts i exemplet) 9 stycken mörka vingar
och 7 blåkantar är mörka.