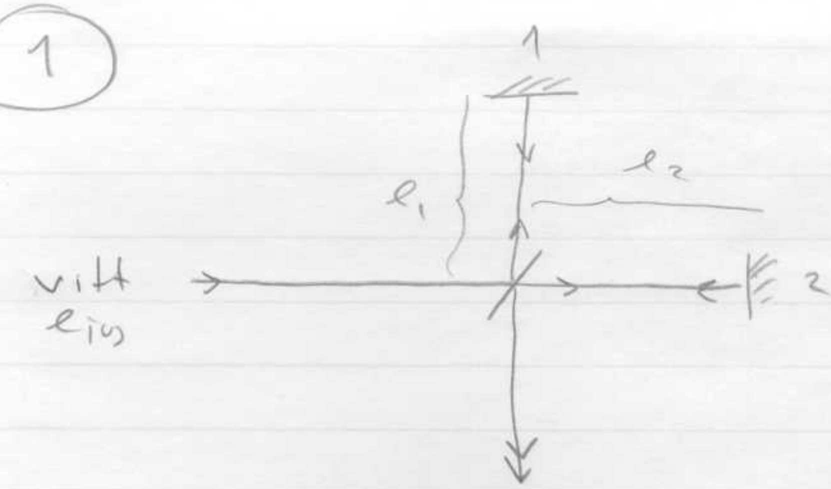
Preliminära lösningar

Vågfysik och optik

2001-08-29

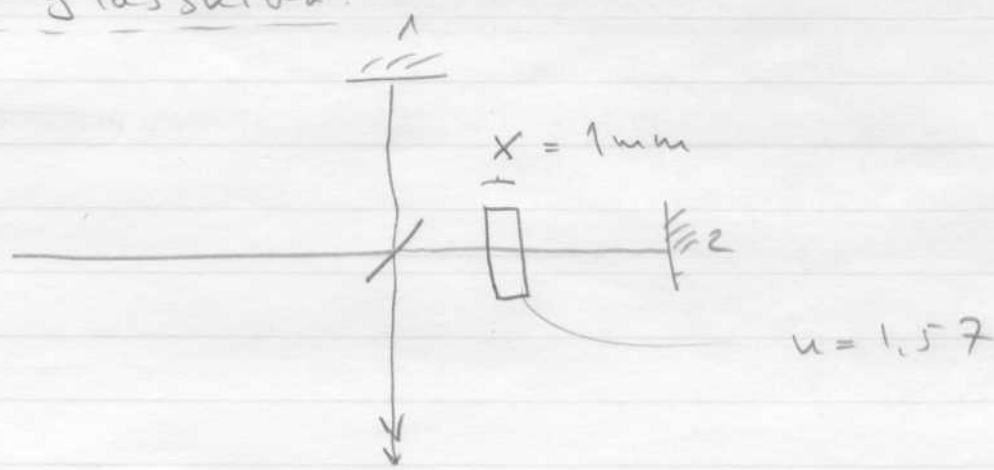
Anders Karlsson

1



vitt ljus ha mycket kort koherenslängd
⇒ endast interferens om de två
optiska vägarna är lika långa.

<u>med glasskiva:</u>



optiska väga för stråle två förlängs!
För att återfå interferensen så måste
spegel 1 flyttas bakåt, eller
spegel 2 framåt

Om vi flyttar sp. 1 bak med $\Delta \ell$

opt. väg : $\begin{cases} d_1 = 2 \cdot \ell_1 + \Delta \ell \\ d_2 = 2 \cdot (\ell_2 - x + xn) \end{cases}$

vi vet : $\ell_1 = \ell_2$

För interferens krävs : $d_1 = d_2$

$$\Rightarrow \quad 2\ell_1 + \Delta\ell = 2\ell_1 + 2x(n-1)$$

$$\Delta\ell = 2x(n-1) = 1{,}14 \text{ mm}$$

Svar : 1.14 mm

(2)

Röd: Barium, $\lambda = 650\ nm$, $\nu = \frac{c}{\lambda} = 462\ THz$

$$E = E_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{650\ nm} \cdot z - 2\pi \cdot 462\ THz \cdot t\right)$$

Blå: Neon, $\lambda = 470\ nm$, $\nu = 638\ THz$

$$E = E_0 \cdot \sin\left\{2\pi\left(\frac{z}{470\ nm} - t \cdot 638\ THz\right)\right\}$$

Gul/Grön: Koppar, $\lambda = 578\ nm$, $\nu = 519\ THz$

$$E = E_0 \cdot \sin\left\{2\pi\left(\frac{z}{578\ nm} - t \cdot 519\ THz\right)\right\}$$

IR: cesium, $\lambda = 852\ nm$, $\nu = 352\ THz$

$$E = E_0 \cdot \sin\left\{2\pi\left(\frac{z}{852\ nm} - t \cdot 352\ THz\right)\right\}$$

UV: järn, $\lambda = 241\ nm$, $\nu = 1{,}24\ PHz$

$$E = E_0 \cdot \sin\left\{2\pi\left(\frac{z}{241\ nm} - t \cdot 1{,}24\ PHz\right)\right\}$$

(3) Tre vågor:

$I_1 = 1\,mW/cm^2$, $I_2 = 3\,mW/cm^2$, $I_3 = 4\,mW/cm^2$

$\varphi_3 - \varphi_2 = 25^\circ$, $\varphi_2 - \varphi_1 = 70^\circ$

Välj $\varphi_1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi_2 = 70^\circ \\ \varphi_3 = 95^\circ \end{cases}$

$I \sim E_0^2 \Rightarrow E_0 \sim \sqrt{I}$

$I_2 = 3 I_1 \Rightarrow E_{02} = \sqrt{3}\, E_1$
$I_3 = 4 I_1 \Rightarrow E_{03} = 2\, E_1$

Fasvektorer:

$E_{tot-x} = E_1 \cdot \left(1 + \sqrt{3} \cdot \cos 70^\circ + 2 \cos 95^\circ \right) =$

$= E_1 \cdot 1{,}42$

$E_{tot-y} = E_1 \cdot \left(0 + \sqrt{3} \cdot \sin 70^\circ + 2 \sin 95^\circ \right) =$

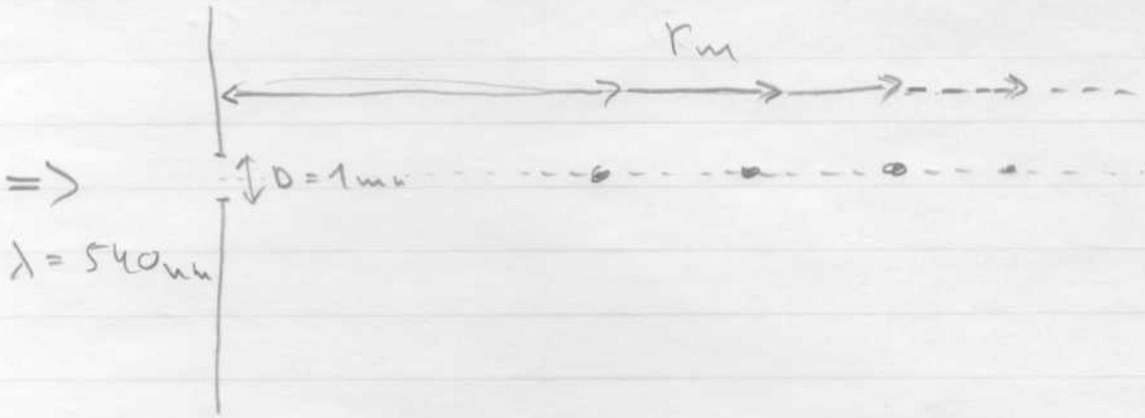
$= E_1 \cdot 3.62$

$\Rightarrow E_{tot} = \sqrt{1{,}42^2 + 3{,}62^2} = \sqrt{15{,}1}$

$\Rightarrow I_{tot} = 15{,}1 \cdot I_1 = 15{,}1\ mW/cm^2$

(4)

Mörka punkter på axeln => Fresnel diff.



Villkor för extremum: $r_m = \dfrac{R^2}{m\lambda}$,

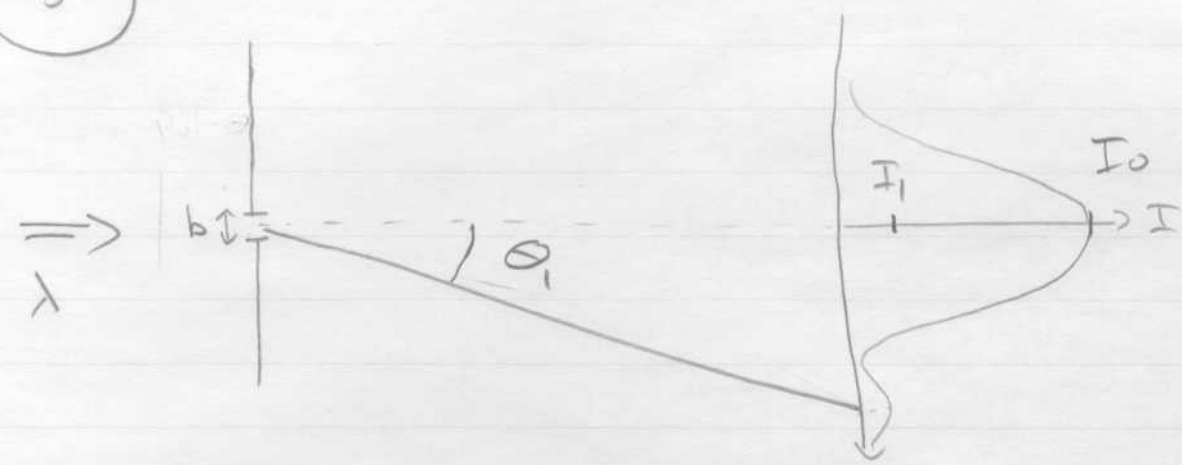
där $m = 2, 4, 6 \ldots$ för minimum

Det mest avlägsna minimat fås för $m=2$

Vidare: $R = D/2 = 0.5$ mm

Alltså:
$$r_2 = \frac{R^2}{2\lambda} = 23 \text{ cm}$$

5



innan polarisatorn sätts på plats

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2$$

där $\beta = kb \sin \theta$

Första sidomax hamnar ungefär vid

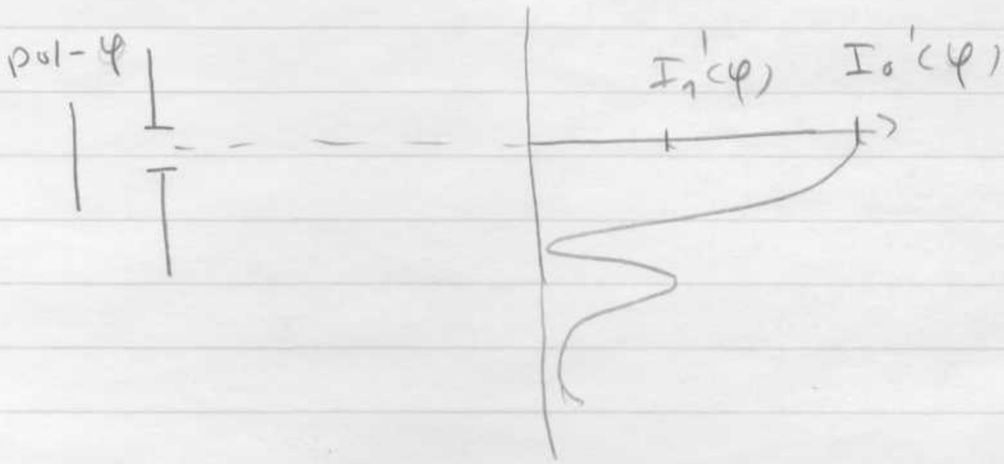
$$\beta/2 = \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow I_1 \approx I_0 \cdot \left(\frac{\sin \frac{3\pi}{2}}{3\pi/2} \right)^2 =$$

$$= \frac{4 I_0}{9 \pi^2} \approx 0{,}045\, I_0$$

$I_0 = 1 \ \mathrm{mW/cm^2} \Rightarrow I_1 = 45 \ \mathrm{\mu W/cm^2}$

Med en polarisator framför spalten kan intensiteten minskas



Malu $\Rightarrow$ $\begin{cases} I_0' = I_0 \cdot \cos^2\varphi \\ I_1' = I_1 \cdot \cos^2\varphi \end{cases}$

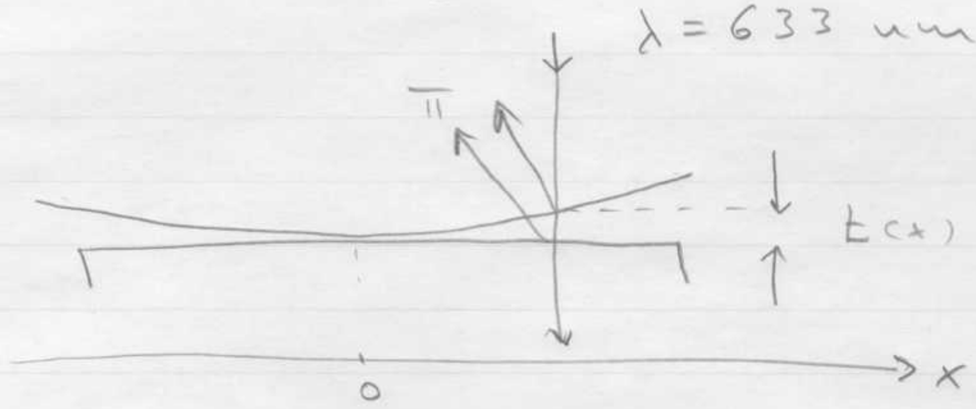
Vi ska åstadkomma $I_1' = 10\ \mu W/cm^2$

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{I_1'}{I_1}} = \sqrt{\frac{10}{45}}$$

$\Rightarrow \varphi = 62^\circ$

6

Newtonringar!



Reflektion! en stråle kan fasskiftats med π, den andra inte

Fasskillnad $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2t(x) + \pi$

Villkor för min (mörk ring):

$$\delta = (2m+1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4\pi t}{\lambda} + \pi = 2m\pi + \pi$$

$$m = \frac{2t}{\lambda}$$

$m = 0$ svarar mot den mörka mittfläcken. För varje ytterligare m som får plats innan linsens kant fås ytterligare en ring.

Hur stort är då t vid linsens kant?

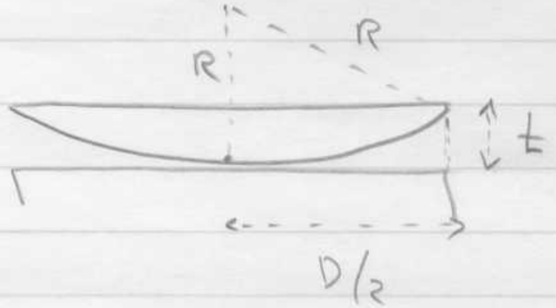
Planokonvex ; $f = 50$ m , $n = 1,5$

Linsmakarformeln :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) , \quad \frac{1}{R_2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad R_1 = R = f(n-1) = 50 \cdot 0,5 = 25 \text{ m}$$

Linsens diameter : $D = 1$ tum $= 25,4$ mm



Pythagoras $\Rightarrow \quad R^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + (R-t)^2$

$$(R-t) = \sqrt{R^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

$$t = R - \sqrt{R^2 - (D/2)^2} = 3.23 \ \mu\text{m}$$

Alltså : vid kanten :

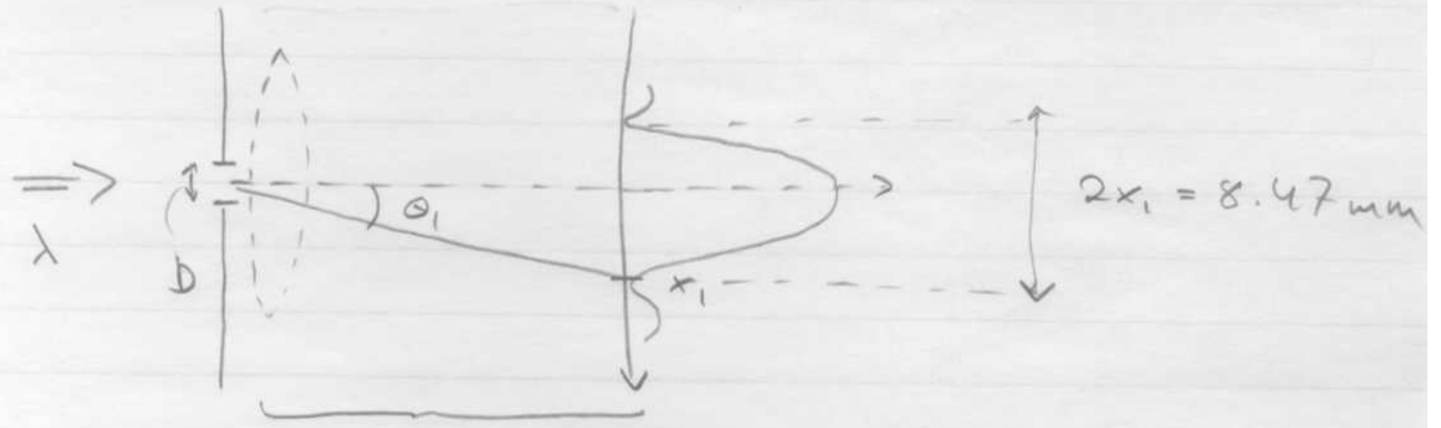
$$m = \frac{2t}{\lambda} \approx 10,2$$

$\Rightarrow$ största m är 10

$\Rightarrow$ <u>10</u> mörka ringar plus den mörka mittfläcken

7

$$E(z,t) = E_0 \cdot \sin\left(1{,}22 \cdot 10^{7} \cdot z + 3{,}66 \cdot 10^{15} t\right)$$



Med lins : Fraunhofer diffraktion!
Utan lins : Fresnel diff.!

Vi behöver veta λ och D!

Ekv. => $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 1{,}22 \cdot 10^{7}\ m^{-1}$

=> $\lambda = 515{,}0$ nm

Fraunhofer mönstret ger följande:

Diff. i cirkulärt hål, villkor för första min

$$D \cdot \sin\theta = 1{,}22 \cdot \lambda$$

θ ganska litet men vi har 2-3 värdesiffror överallt => vi gör det exakt!

$\tan \Theta = \frac{x_1}{F} = 0{,}01412$

$\Rightarrow \Theta = 0{,}01412$ rad $\Rightarrow \sin\Theta = 0{,}01412$

Approximationen $\sin\Theta \approx \frac{x_1}{F}$ hade varit OK!

$$D = \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{\sin\Theta} = 44.50 \ \mu m$$

Linsen tas bort:
Vi ser nu "Närfältsfenomen"
(Fresneldiffraktion) (kanske ?!)

Villkor för extremum på axeln
(dvs centralpunkten)

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = m\lambda d \quad , \quad m = 1,3,5 \dots \Rightarrow \text{Max}, \quad m = 2,4,6 \dots \Rightarrow \text{Min}$$

d = avståndet från hålet till observationspunkten på axeln

här blir $d = L = f = 30$ cm

$$\Rightarrow m = \frac{D^2}{4\lambda d} \approx 0{,}003$$

$\Rightarrow$ Vi är gott och väl tillräckligt engångt bort för att Fraunhofer ska gälla
$\Rightarrow$ mittpunkten fortfarande ljus!