

Umeå universitet
Institutionen för fysik



Problemsamling Vågfysik och optik

Ove Axner
och
Anders Kastberg

13 januari 2005

Förord

Förord 1995

Detta är ett häfte med övningsuppgifter som är gjort för att vara ett komplement till kursboken Introduction to Optics av Pedrotti och Pedrotti i kursen Vågfysik och Optik, F2 för Tekniska Fysiker vid Umeå Universitet.

Ett flertal av problemen i detta häfte har tidigare förekommit i olika exempelsamlingar, övningshöften eller ingått i kursmaterial vid olika kurser i optik vid UmU eller vid andra universitet eller högskolor. Vissa av problemen är helt nykonstruerade medan andra kommer från olika tentor.

Övningsuppgiftshäftet består av ett stort antal problem som har varierande svårighetsgrad, dock med en viss övervikt för lättare typer av problem vars lösningar ofta bara behöver bli några få rader långa. Detta har gjorts för att ge samtliga studenter en god möjlighet att via lättare typer av uppgifter 'komma in' i fältet. Givetvis finns det även en del mer omfattande 'tenta-typiska' tal av vilka ett flertal bör lösas av samtliga studenter någon gång under kursens gång.

Detta häfte har vuxit fram under vintern 1994/95 och är i sitt nuvarande skick ännu inte helt färdigställt. De flesta övningsuppgifter har ett svar. Många har dessutom en lösningsskiss i tillhörande lösningspärm. Det är dock min målsättning att de tal som ännu inte har något uträknat svar och/eller lösningsskiss skall få så genom en gemensam aktivitet under de kommande åren. Givetvis hoppas jag att även ett och annat skrivfel skall kunna uppmärksammas och korrigeras. Kommande års övningshäften kommer därmed att bli mer fullständiga, till gagn för kommande årskurser.

Lös gärna dessa uppgifter med en smula tvivel över huruvida svaret som ges i slutet av häftet verkligen är rätt. Ifrågasätt både häftets och ditt egna svar då du får svar som skiljer sig från de i häftets facit. Bedöm vilka som är rimligast (och därmed troligen också riktiga) och om du finner att häftets svar inte är helt rätt, se till att din upptäckt medför att nästa års upptryckning inte har samma slamkrypare, dvs, låt oss gärna veta om du finner konstigheter i svaret.

Låt nu detta häfte fylla den funktion det var tänkt - d.v.s. att ge dig som student möjlighet att öva på ett valfritt antal uppgifter inom de områden du tycker att du bör förbättra dina kunskaper inom eller skaffa dig en viss erfarenhet och förståelse för.

Umeå, 1995-03-10

Docent Ove Axner

Förord 1996

Inför läsåret 1995/96 har ett antal mindre tyrkfel rättats. Därtill har facit kompletterats. Ett visst arbete med att komplettera facit kvarstår.

Umeå, 1996-03-08

Docent Ove Axner

Förord 2004

Sedan senaste revideringen av problemsamlingshäftet i vågrörelselära har det nu gått ganska många år. Kursen har förändrats lite allt eftersom och det har varit variation på föreläsare. Det var därför hög tid för en reviderad version på problemsamlingshäftet.

Denna version har anpassats för att bättre svara mot det upplägg som kursen vågfysik och optik för tekniska fysiker har idag. Den största förändringen är en omredigering av problem och kapitelindelningar. Vidare har ett antal fel rättats och en del problem har tillkommit. Fortfarande är det så att antalet problem inom ett visst kapitel inte alls svarar mot det underområdets vikt i kursen. Att det finns få problem i häftet inom t.ex. geometrisk optik har uteslutande historiska förklaringar. Det finns också problem i häftet som faller utanför ramen för kursens nuvarande upplägg. Häftet är skrivet så att det ska vara så flexibelt som möjligt. Det är numera också skrivet i ett format så att det är lätt att redigera i framtiden. Jag *vet* att det kvartstår fel här och där, inte minst i facit. Många uppgifter saknar också rätt svar i facit. Var därför fortfarande försiktiga när ni använder facit. Det är *mycket* uppskattat om ni påpekar fel eller om ni bidrar med ett svar till en uppgift som saknar svar i facit.

Umeå, 13 januari 2005

Professor Anders Kastberg

Innehåll

Förord	ii
1 Allmän vågfysik, Elektromagnetiska vågor	1
2 Ljusbrytning och reflektion	15
3 Geometrisk optik, optiska instrument	25
4 Polarisation	29
5 Superposition och Interferens	51
6 Diffraction	83
7 Koherens	113
Facit	117

Kapitel 1

Allmän vågfysik, Elektromagnetiska vågor

- 1-1.** En våg utbreder sig längs en spänd sträng i positiva x -axelns riktning. Vid $x = 0$ och $t = 0$ erhåller strängens enskilda delar (molekyler) sin maximala acceleration på 2.0 m/s^2 . Våglängden är 10 cm och frekvensen 5 Hz .

På vilket avstånd från jämviktsläget befinner sig den del av strängen som är vid positionen $x = 20 \text{ cm}$ vid tiden $t = 1 \text{ s}$?

- 1-2.** En harmonisk vågrörelse med frekvensen 6.0 Hz och utbredningshastigheten 10 m/s har amplituden a . I en viss punkt och vid en viss tid är elongationen $0.5a$.

Hur stor är elongationen 0.15 s senare i en punkt på avståndet 2.0 m från det förra i utbredningsriktningen?

- 1-3.** Bestäm reella amplituden och faskonstanten för följande vågor:

- (a) $-7 \exp[i(kx - \omega t)]$,
 - (b) $-4i \exp[i(kx - \omega t)]$,
 - (c) $(1 + 2i) \exp[i(kx - \omega t)]$,
 - (d) $\frac{1+3i}{1-2i} \exp[i(kx - \omega t)]$.
-

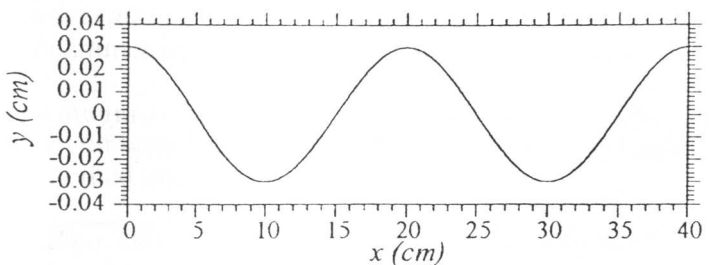
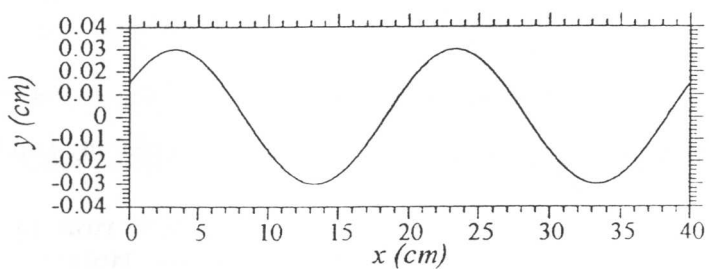
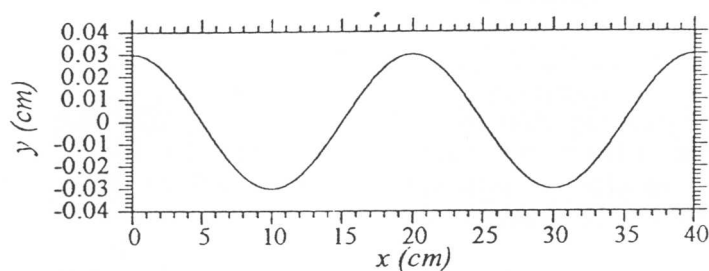
- 1-4.** En harmonisk våg beskrivs av ekvationen:

$$\psi(x, t) = (5 + 3i) \exp[i(2x - 50t)]$$

Hur stor är vågens frekvens, utbredningshastighet, amplitud och faskonstant? I vilken riktning utbreder sej vågen?

1-5. Nedan visas tre ögonblicksbilder tagna vid olika tidpunkter av en fortskridande våg ($t = 0$, $t = 0.015\pi$, $t = \pi/10$ för de tre bilderna nedan).

- (a) Hur stor är våglängden?
- (b) Hur stor är utbredningshastigheten?
- (c) Ställ upp ekvationen för vågen.



1-6. En plan transversell våg utbreder sej i ett långt snöre. Vågen som är sinusformad har amplituden 1.0 cm och utbredningshastigheten 7.0 m/s. Svängningen åstadkoms av en vibrator som har frekvensen 5.0 Hz. I ett visst ögonblick befinner sej vibratorsvängningen i det övre vändläget.

Hur stort är vågens utslag 0.15 s senare i en punkt som ligger 2.0 m ifrån vibratorn?

- 1-7.** En plan longitudinell våg utbreder sig i x -axelns positiva riktning i en lång fjäder. I origo beskrivs svängningen av

$$s = 4.0 \cdot 10^3 \cos(20\pi t + \pi/6)$$

Avståndet mellan två närläggna punkter som svänger på samma sätt är 8.0 cm.

Vid vilken tidpunkt närmast efter $t = 0$ passerar svängningen i $x = 10$ cm sitt jämviktsläge?

- 1-8.** En plan EM-våg som propagerar i vakuum har elektriska fältet

$$E_x(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \quad ,$$

där $\omega = 3.14 \cdot 10^{15}$ rad/s och $E_0 = 100$ V/m.

- (a) Bestäm det magnetiska fältet och vågens intensitet.
 - (b) Bestäm den motsvarande fotondensiteten.
-

- 1-9.** I en plan våg med intensiteten 1 W/m^2 är amplituden för y -komponenten dubbelt så stor som amplituden för z -komponenten.

Hur stora är amplituderna?

- 1-10.** En rubinlaser producerar pulser med energin 1 mJ under tiden 10 ns. Strålen fokuseras till en fläck med diametern 0.5 mm. Våglängden är 693.4 nm.

- (a) Hur stor är laserns pulseffekt?
 - (b) Beräkna intensiteten och elektriska fältet i fokuspunkten.
 - (c) Hur många fotoner innehåller varje puls?
-

- 1-11.** I en monokromatisk 100 W lampa som strålar sfäriskt isotropt omvandlas 1% av den tillförda elektriska effekten till ljus.

Beräkna den elektriska och magnetiska fältstyrkan 1 m från lampan.

- 1-12.** En plan våg med våglängden λ och intensiteten I propagerar i vakuum.

- (a) Vilken fotonflödestäthet motsvarar detta?
Ljuset faller på en perfekt absorberande yta med arean A .
 - (b) Hur stort är stråltrycket på ytan?
 - (c) Hur stort skulle stråltrycket vara om ytan i stället var perfekt reflekterande?
-

- 1-13.** Ljuset från en laser kan vara mycket intensivt. Från en pulsad rubinlaser kan man få en stråle med intensiteten 6.1011 W/m^2 .

Beräkna amplituderna för de elektriska och magnetiska fälten i en sådan stråle.

- 1-14.** En elektromagnetisk våg utbreder sej i vakuum i x -axelns riktning. Våglängden är 500 nm , intensiteten är 0.1 W/m^2 och E -vektorn är riktad längs y -axeln.

Hur varierar E och B med x och t ?

- 1-15.** Ljuset från en He-Cd-laser ($\lambda = 442 \text{ nm}$) med effekten 30 mW infaller längs normalen till en försilvrad spegel.

Hur stor kraft utsätts spegeln för?

Antag att 95% av ljuset reflekteras och resten absorberas.

- 1-16.** En våg med våglängden 3.2 m utbreder sig med hastigheten 240 m/s . Vad är

- (a) vågens frekvens, och
 - (b) vågens period?
-

- 1-17.** En våg med våglängden 1.8 m har vinkelfrekvensen 110 rad/s . Beräkna

- (a) vinkelvågtalet, och
 - (b) vågens utbredningshastighet.
-

- 1-18.** En pojke alstrar vågor på ytan av en annars stilla sjö genom att gunga en båt från ena sidan till den andra och åter igen. Han noterar att båten utför tolv sådana gungningar på 20 s , och att varje gungning ger en vågtopp som når 15 cm över den ostörda ytan. Han observerar också att det tar 6.0 s för varje vågtopp att nå stranden som befinner sig 12 m från båten. Beräkna:

- (a) perioden,
 - (b) hastigheten,
 - (c) våglängden, och
 - (d) amplituden för dessa vågor.
-

1-19. Synligt ljus har våglängder i intervallet från ca. 400 nm (violett) till ca. 700 nm (rött).

- (a) Vilket frekvensintervall svarar detta mot?
Frekvenser i intervallet 1.5 - 300 MHz används för exempelvis FM-radio och VHF-television.
 - (b) Vilka våglängder är det fråga om här?
Röntgenstrålning är också en form av elektromagnetiska vågor, med våglängder typiskt i intervallet 0.01 - 5 nm.
 - (c) Inom vilket frekvensintervall befinner sig denna strålning?
Utbredningshastigheten för elektromagnetiska vågor i vakuum är $3.0 \cdot 10^8$ m/s.
-

1-20. En sinusvåg utbreder sig längs en sträng. Det tar 0.17 s för en punkt på strängen att röra sig från maximalt utböjt läge till jämviktsläget (ingen utböjning). Våglängden är 1.4 m. Vad är

- (a) perioden,
 - (b) frekvensen, och
 - (c) vågens utbredningshastighet?
-

1-21. Gult synligt ljus och mikrovågor är i grund och botten samma sak (elektromagnetiska vågor).

- (a) Hur många våglängder av gult ljus med $\lambda = 580$ nm svarar mot tjockleken av ett ordinärt papper (0.1 mm)?
 - (b) Vilken längd svarar samma antal våglängder av mikrovågor ($\nu = 10$ GHz) mot?
-

1-22. Elektromagnetiska vågor finns med vitt skilda frekvenser (och våglängder).

- (a) Beräkna våglängden av rött ljus med $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Hz.
 - (b) Jämför med elektromagnetiska vågor med $\nu = 50$ Hz.
-

1-23. Man kan alstra ultraljudsvågor i kristallina material med våglängder jämförbara med synligt ljus (500 nm), men med lägre frekvenser (6 MHz).

Beräkna utbredningshastigheten för en sådan våg.

1-24. två vågfunktioner är givna (i SI-enheter):

$$\psi_1 = 4 \sin(0.2x - 3t) \quad \text{och} \quad \psi_2 = \frac{1}{2.5} \sin(7x + 3.5t)$$

Bestäm för båda fallen

- (a) frekvens
 - (b) våglängd
 - (c) period
 - (d) amplitud
 - (e) fashastighet
 - (f) rörelseriktning
-

1-25. En våg utbreder sig i x -axelns negativa riktning med amplituden 0.015 m, frekvensen 500 Hz, och hastigheten 350 m/s.

Skriv ned uttrycket.

1-26. En vandrande våg på en sträng beskrivs av

$$y = 2 \sin[2\pi(\frac{t}{0.40} + \frac{x}{80})]$$

där x och y är givna i cm och t i sekunder.

- (a) Plotta y som funktion av x för $0 < x < 160$ cm vid tidpunkten $t = 0$.
 - (b) Plotta y på samma x -intervall för $t = 0.05$ och 0.10 s.
 - (c) Från plottarna, vad är vågens hastighet, och åt vilket håll utbreder den sig?
-

1-27. Visa att

$$y = y_m \sin(kx - \omega t)$$

alternativt kan skrivas som

- (a) $y = y_m \sin[k(x - vt)]$,
- (b) $y = y_m \sin[2\pi(x/\lambda - \nu t)]$,
- (c) $y = y_m \sin[\omega(x/v - t)]$ eller
- (d) $y = y_m \sin[2\pi(x/\lambda - t/T)]$

där v är fashastighet och där ν är frekvens.

- 1-28.** En plan elektromagnetisk våg har ett maximalt elektriskt fält på $3.2 \cdot 10^{-4}$ V/m.

Beräkna det maximala magnetiska fältet.

- 1-29.** En klar sommardag uppmättes solstrålningens intensitet vid marken till 100 W/m^2 .

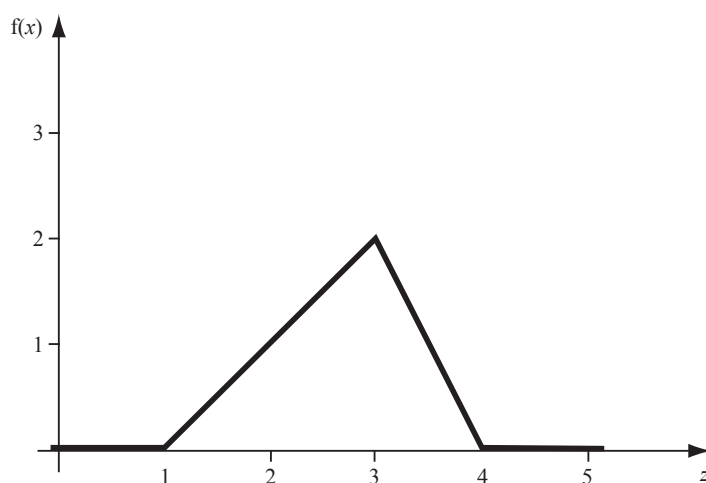
Hur nära en 1.0 kW elkamin måste man stå för att få samma intensitet?

Anta att elkaminen strålar likformigt i alla riktningar.

- 1-30.** För en elektromagnetisk våg gäller att magnetfältets amplitud B_m är $1.0 \cdot 10^{-4} \text{ T}$.

Beräkna den genomsnittliga intensiteten hos vågen.

- 1-31.** Allmänt gäller att $f(x - vt)$, där f är en godtycklig funktion, representerar en våg som utbreder sig i positiva x -riktningen. För att illustrera detta, betrakta funktionen i figuren.



- (a) Vad är värdena för $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, och $f(5)$?
 - (b) Plotta $f(x - 5t)$ som funktion av x för $0 < x < 20$ och $t = 0$, med x givna i cm och t i sekunder.
 - (c) Upprepa för $t = 1$ och 2 s .
 - (d) Från plottarna, vad är utbredningshastigheten?
 - (e) Plotta $f(x - 5t)$ som funktion av t för $0 < t < 2 \text{ s}$ och $x = 10 \text{ cm}$.
-

1-32. Det elektriska fältet hos en plan elektromagnetisk våg, E , beskrivs av

$$\begin{aligned}E_x &= 0 \\E_y &= 0 \\E_z &= 5 \cos [\pi \cdot 10^{14}(t - x/c)]\end{aligned}$$

med $c = 3.0 \cdot 10^8$ m/s och alla storheter givna i SI-enheter. Vågen utbreder sig i positiva x -riktningen.

- (a) Skriv motsvarande uttryck för det magnetiska fältet.
 - (b) Beräkna irradiansen hos detta ljus.
 - (c) Beräkna våglängden.
-

1-33. Du går 150 m rakt mot en gatlykta och finner att intensiteten ökar med 50%.

Hur långt från lampan stod du först?

Lampan strålar likformigt i alla riktningar.

1-34. Samtliga elektriska och magnetiska fält som kan skrivas på formen

$$E(x, t) = E_m \, f(kx \pm \omega t)$$

och

$$B(x, t) = E_m \, f(kx \pm \omega t)$$

där $f(kx \pm \omega t)$ är en godtycklig funktion och E_m och B_m är konstanter och uppfyller 'vågekvationerna'

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

och

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$

Visa detta.

1-35. Utanför jordens atmosfär är solljusets intensitet 1.4 kW/m^2 .

Beräkna E_m och B_m för solljuset, under antagandet att det är en plan våg.

- 1-36.** Högeffektslasrar används för att komprimera gasplasma genom strålningstryck. Plasmata är fullständigt reflekterande om elektrontätheten är tillräckligt hög. En laser ger pulser med maximala effekten $1.5 \cdot 10^3$ MW som fokuseras på 1.0 mm^2 av ett plasma med hög elektrontäthet.

Bestäm trycket som pulserna utövar på plasmata.

- 1-37.** Solljusets genomsnittliga intensitet just utanför jordens atmosfär är 1.4 kW/m^2 .

- (a) Vilket strålningstryck utövar denna intensitet på en fullständigt absorberande yta?
 - (b) Hur stort är detta tryck jämfört med atmosfärstrycket vid havsytan.
-

- 1-38.** Solstrålningen träffar jorden med en intensitet av 1.4 kW/m^2 .

- (a) Hur stor kraft utövar solstrålningen på jorden om man antar att all infallande strålning absorberas?
 - (b) Jämför detta med kraften verkande på jorden på grund av solens gravitation.
-

- 1-39.** En fullständigt absorberande yta befinner sig på 2.5 m avstånd från en 500 W glödlampa.

Hur stort är strålningstrycket på ytan?

Antag att ljuset faller in vinkelrätt mot ytan, och att lampan strålar likformigt i alla riktningar.

- 1-40.** En plan elektromagnetisk våg, med 3.0 m våglängd, utbreder sig i positiva x -riktningen med sin elektriska fältvektor E (amplitud 300 V/m) utmed y -riktningen.

- (a) Vilken frekvens har vågen?
 - (b) Ange det magnetiska fältets storlek och riktning.
 - (c) Om $E = E_m \sin(kx - \omega t)$, vilka värden har k och ω ?
 - (d) Vad är vågens genomsnittliga intensitet?
 - (e) Om vågen faller in vinkelrätt mot en fullständigt absorberande skiva med arean 2.0 m^2 , hur stor blir kraften på skivan, och hur stort blir strålningstrycket?
-

- 1-41.** He-Ne-lasrar (633 nm våglängd) för laboratoriebruk har typiskt en uteffekt av 5.0 mW. En sådan stråle fokuseras med en lins till en cirkulär fläck, vars effektiva diameter är lika med 2.5 våglängder. Beräkna

- (a) den fokuserade strålens intensitet,
 - (b) strålningstrycket som verkar på en fullständigt absorberande liten sfär med samma diameter som ljusfläcken,
 - (c) kraften som verkar på denna sfär, och
 - (d) sfärens acceleration på grund av strålningstrycket, om dess densitet är $3.4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
-

- 1-42.** En laser har uteffekten 4.6 W och strålens diameter är 2.6 mm.

Om strålen riktas rakt uppåt, vilken höjd H ska en liten perfekt reflekterande cylinder ha för att hållas svävande av strålningstrycket?

Cylinderns densitet är 1.2 g/cm^3 .

- 1-43.** Ett litet rymdskepp med totalvikten $1.5 \cdot 10^3 \text{ kg}$ driver i gravitationsfri rymd.

Hur mycket ändras hastigheten på en dag om astronauten sätter på en 10 kW laser?

Det kan förutsättas att rymdskeppet inte roterar eller sätts i rotation.

- 1-44.** En våg beskrivs av den komplexa vågfunktionen

$$\psi(x, t) = \frac{1 + 3i}{1 - 2i} \exp(i(6.3t - 108x))$$

uttryckt i SI-enheter.

Beräkna vågens amplitud, fashastighet, frekvens och våglängd.

- 1-45.** Alla uttryck som satisfierar vågekvationen beskriver möjliga lösningar till denna. Den verkliga lösningen bestäms av rand- och/eller begynnelsevillkor.

- (a) Visa att

$$\psi(x, t) = A \cos[2\pi(\nu t - a)] \sin(2\pi x/\lambda)$$

satisfierar den endimensionella vågekvationen. A , ν , λ och a är konstanter.

- (b) Vad beskriver $\psi(x, t)$ för slags vågrörelse och vad är vågens fashastighet och gruppshastighet?
-

- 1-46.** Ljus är bland det vanligaste i vår omgivning. Vi tar det för givet och tänker oftast inte mer på det än vad vi behöver. Ändå är det bland det mest komplicerade som finns inom fysiken. Inom fysikalisk optik beskriver man ljus som ett elektromagnetiskt fält medan man inom kvantoptiken brukar säga att ljuset består av enskilda fotoner. Båda beskrivningarna visar sig vara giltiga, och valet av beskrivning av ljus görs ofta beroende på vilken roll ljuset spelar i ett större sammanhang. Om ljuset absorberas i ett fast eller flytande material brukar den fysikaliska bilden vara den mest passande medan den kvantoptiska är mer passande då ljuset träffar enskilda fria atomer eller molekyler. Detta är ett dilemma men inte desto mindre verkligheten.

En plan EM-våg som propagerar i vakuum har elektriska fältet

$$E_x = E_0 \cos(kz - \omega t)$$

- (a) Bestäm det magnetiska fältet och vågens intensitet om $\omega = 3.14 \cdot 10^{15}$ rad/s och $E_0 = 100$ V/m.
 - (b) Bestäm motsvarande fotondensitet.
-

- 1-47.** En rubinlaser producerar pulser med energin 1 mJ under tiden 10 ns. Hur stor är laserns pulseffekt? Strålen fokuseras till en fläck med diametern 0.5 mm. Våglängden är 693.4 nm.

- (a) Beräkna irradiansen (ofta populärt benämnt intensiteten) och elektriska fältet i fokuspunkten.
 - (b) Hur många fotoner innehåller varje puls?
-

- 1-48.** I en monokromatisk 100 W lampa som strålar sfäriskt isotropt, omvandlas endast 1% av den tillförda elektriska effekten till ljus.

Beräkna den elektriska och magnetiska fältstyrkan 1 m från lampan.

- 1-49.** Ett antal partiklar sitter uppspönda på ett snöre. En våg utbreder sig längs detta snöre (i positiva x -axelns riktning). Partikeln vid positionen $x = 0$ erhåller sin maximala acceleration (på 2 m/s^2) vid tiden $t = 0$. Våglängden är 10 cm och frekvensen 5 Hz.

på vilket avstånd från sitt jämviktsläge befinner sig partikeln vid $x = 20$ cm vid tiden $t = 1$ s.

1-50. två harmoniska svängningsrörelser beskrivs av:

$$s = \sin(\omega t)$$

$$s = \sin(\omega t + \pi/3)$$

där $\omega = 50$ rad/s.

Hur lång tid är det mellan de tidpunkter då de två svängningarna passerar samma läge, t.ex. det positiva maxläget?

1-51. En harmonisk vågrörelse (som utbreder sig i positiva x -axelns riktning) med frekvensen 6 Hz och utbredningshastigheten 10 m/s har amplituden a . I en viss punkt och vid en viss tid är elongationen $a/2$.

Hur stor är elongationen 0.15 senare i en punkt 2 meter därifrån?

Notera att två olika svar är möjliga. Beräkna båda dessa.

1-52. Antag att man vill färdas från jorden till månen med hjälp av en farkost som drivs med hjälp av ljustrycket från solens strålning. Farkosten har ett utfällbart segel av ett ljusabsorberande material med arean 1 km^2 och väger totalt 100 ton. Antag att man inväntar bästa möjliga sol-jord-måne konfiguration så att man har solens ljus 'i ryggen' när man färdas mot månen. Försumma alla eventuella andra krafter (t.ex. gravitationskrafter) som kan tänkas påverka farkosten. Intensiteten från solen kan antas vara konstant, 1400 W/m^2 , under hela resan.

Om det tar 1.3 sekunder för ljuset att färdas mellan jorden och månen, hur lång tid tar det för vår farkost?

- 1-53.** En partikel kan fås att levitera fritt i rymden om ljustrycket från en ljusstråle, tex en laserstråle, balanserar ut de andra nettokrafterna på partikeln.
- (a) Beräkna hur vilken lasereffekt som behövs för att en liten partikel med massa $1\ \mu\text{g}$ skall levitera fritt (i vacuum) i jordens gravitationsfält om en välfocuserad HeNe laser används för detta försök. Antag att laserns stråle kan focuseras till en fläck som är väsentligt mindre än partikelns storlek. HeNe laserns våglängd är $632\ \text{nm}$.
 - (b) Beräkna hur många fotoner per sekund som detta motsvarar.
 - (c) Räcker det med en $5\ \text{mW}$ HeNe laser?



-
- 1-54.** Nedan beskrivs ett antal förlopp för olika typer av vågor. Hur fasskiftas alla de olika vågorna i de olika fallen (såväl de reflekterade som transmittade)? Alla svar måste motiveras.
- (a) En harmonisk, transversell mekanisk våg propagerar på en spänd sträng. Vågen kommer fram till en fastspänd ände, och reflekteras.
 - (b) En harmonisk, transversell mekanisk våg propagerar på en tjock spänd sträng. Denna sträng är fastsatt med en tunnare sträng av samma material. Vågen kommer fram till gränsen mellan strängarna, varvid en del av vågen reflekteras och en del transmitteras.
 - (c) En ljudvåg propagerar i luft och kommer fram till en vattenyta. En del av vågen reflekteras och en del transmitteras.
 - (d) En elektromagnetisk våg propagerar i luft och kommer fram till en vattenyta. En del av vågen reflekteras och en del transmitteras.
-
- 1-55.** En viss orgelpipa är öppen i bägge ändar. Hur lång ska pipan vara för att dess grundton ska vara $440\ \text{Hz}$?
-
- 1-56.** En elektromagnetisk våg propagerar längs med negativa y -axeln. Vid en viss tid, i en viss punkt, är den elektriska fältstyrkan $1\ \text{V/m}$, och är riktad längs med den positiva z -axeln. Vad är det magnetiska fältet vid samma tid, i samma punkt, till storlek och riktning?
-
- 1-57.** En sträng av längden $1.4\ \text{m}$ är uppspänd med kraften $250\ \text{N}$. Strängens längddensitet är $17\ \text{g/m}$. Ange ekvationen för den våg som beskriver tredje övertonen (third harmonic).

Kapitel 2

Ljusbrytning och reflektion

- 2-1.** Ljus skickas in vinkelrätt in mot en uppsättning av 10 parallella glas-skivor ($n = 1.5$) som är separerade från varandra. Försumma multipla reflektioner mellan plattorna.

Hur mycket av det infallande ljuset transmittteras?

- 2-2.** Två 5.0 mm långa glaskyvetter fylls med vatten respektive etanol.

- (a) Hur stor är skillnaden i optisk gångväg i de båda kyvetterna om temperaturen är 20°C och ljuskällan är en natriumlampa ($\lambda = 589 \text{ nm}$)?
 - (b) Hur många fler ljusvåglängder finns det i etanolkyvetten?
-

- 2-3.** Reflektionskoefficienterna $r_{\parallel}$ och $r_{\perp}$ är komplexa vid totalreflektion.

Visa detta och bestäm det relativa fasskiftet mellan de två komponenterna i den reflekterande strålen.

- 2-4.** Till skillnad från genomskinliga material så absorberar metaller synligt ljus. Denna egenskap kan beskrivas med ett komplext brytningsindex $N = n + i\kappa$, där κ är den så kallade extinktionskoefficienten.

- (a) Visa att ett komplext brytningsindex innebär absorption. Bestäm absorptionskoefficienten α definierad genom $I(z) = I_0 \exp(-\alpha z)$.
- (b) Visa att $R \rightarrow 1$ då $\kappa \gg n$ vid normalinfall.
- (c) Visa att dielektricitetskonstanten är komplex i en metall. Bestäm dess real- och imaginärdelar.

Det förutsätts att Fresnels formler gäller med det komplexa brytningsindexet.

2-5. En plan monokromatisk EM-våg reflekteras mot en plan yta.

- (a) Visa att för 45° infallsvinkel är $r_{\parallel} = r_{\perp}^2$.
- (b) Bestäm hur stor del av den infallande intensiteten som reflekteras mot en yta med $n = 1.6$ när det infallande ljuset är planpolariserat med polarisationsplanet 30° mot infallsplanet.

2-6. Polarisationsvinklarna vid intern- och extern reflektion för en given gränssyta är komplementära, d.v.s. $\theta_p + \theta'_p = 90^\circ$ (θ_p är sålunda Brewstervinkeln vid infall mot en yta medan θ'_p är Brewstervinkeln ut från samma yta).

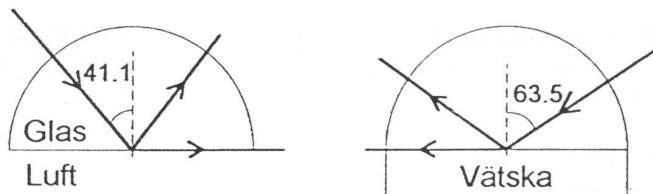
Visa detta.

2-7. Det finns platser på jorden där man sent på eftermiddagen kan se hur berg stiger upp över oceanhorisonten. Bergen är verkliga men de är för långt borta för att synas i normala fall.

Hur uppkommer denna typ av hägring?

2-8. En stor halvcylinder av plexiglas används för att bestämma brytningsindex hos vätskor. Med hjälp av en laser bestäms först gränsvinkeln för totalreflektion mot luft till 41.1° . Därefter placeras halvcylindern så att den raka delen kommer i kontakt med en vätska. Gränsvinkeln för totalreflektion uppmäts då till 63.5° .

Bestäm vätskans brytningsindex



2-9. Fresnels ekvationer kan skrivas om på ett flertal olika sätt.

Visa att Fresnels ekvationer kan skrivas om till följande ofta lätthanterliga form (d.v.s. visa sista ledet i nedanstående uttryck). n är det relativa brytningsindexet, d.v.s. $n = n_2/n_1$.

$$\begin{aligned} r_{\perp} = r_{\text{TE}} &= \left(\frac{E_r}{E_0} \right)_{\perp} = \frac{\cos \theta_0 - n \cos \theta_t}{\cos \theta_0 + n \cos \theta_t} = -\frac{\sin(\theta_0 - \theta_t)}{\sin(\theta_0 + \theta_t)} \\ r_{\parallel} = r_{\text{TM}} &= \left(\frac{E_r}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{n \cos \theta_0 - \cos \theta_t}{n \cos \theta_0 + \cos \theta_t} = \frac{\tan(\theta_0 - \theta_t)}{\tan(\theta_0 + \theta_t)} \\ t_{\perp} = t_{\text{TE}} &= \left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\perp} = \frac{2 \cos \theta_0}{\cos \theta_0 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_0}{\sin(\theta_0 + \theta_t)} \\ t_{\parallel} = t_{\text{TM}} &= \left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2n \cos \theta_0}{n^2 \cos \theta_0 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_0}} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_0}{\sin(\theta_0 + \theta_t) \cos(\theta_0 - \theta_t)} \end{aligned}$$

2-10. En ljusstråle i vakuum infaller mot en glasskiva med 35° vinkel mot yt-normalen. Inuti glasskivan är motsvarande vinkel 23° .

Beräkna glasets brytningsindex.

2-11. Ljushastigheten för gult natriumljus är $1.92 \cdot 10^8$ m/s i en viss vätska.

Vad har denna vätska för brytningsindex relativt luft för natriumljus?

2-12. När en elektron rör sig genom ett medium med en hastighet som är högre än mediets ljushastighet utsänds elektromagnetisk strålning (Cerenkov-strålning).

Vilken minsta hastighet måste en elektron ha för att detta skall inträffa i en vätska med brytningsindex 1.54?

2-13. En laserstråle löper genom en rak rörledning med längden 3.5 km. Normalt är röret luftfyllt med normalt tryck och temperatur, med det kan även evakueras.

I vilket av fallen tar det längst tid för ljuset att passera, och hur stor blir skillnaden i löptid?

2-14. Ptolemaios (ca. 150 e Kr) angav följande värden på infalls- och brytningsvinklar för en ljusstråle som bryts av en vattenyta $(\theta_{\text{in}}, \theta_{\text{b}})$: $(10^\circ, 8^\circ)$; $(20^\circ, 15.5^\circ)$; $(30^\circ, 22.5^\circ)$; $(40^\circ, 29^\circ)$; $(50^\circ, 35^\circ)$; $(60^\circ, 40.5^\circ)$; $(70^\circ, 45.5^\circ)$ och $(80^\circ, 50^\circ)$. Dessa data är kanske världens äldsta bevarade fysikaliska mätdata.

Stämmer de överens med brytningslagen? I så fall, vad blir brytningsindex?

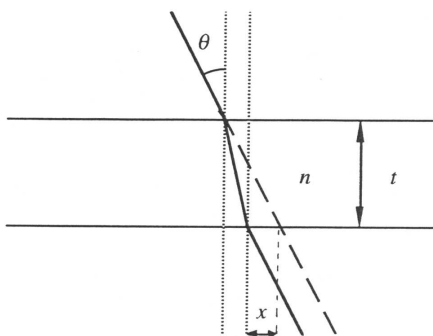
- 2-15.** En 2 m lång vertikal stav sträcker sig från botten av en badbassäng uppåt till en punkt 0.5 m över vattenytan. Solen står 55° över horisonten.

Hur lång blir stavens skugga på bassängens botten, som är plan och horisontell?

- 2-16.** Visa att en ljusstråle som infaller mot en planparallell glasskiva med tjocklek t kommer ut på skivans andra sida med bibehållen riktning, men förskjuten i sidled (se figur).

Visa att denna förskjutning ges av $x = t\theta(n - 1)/n$.

n är glasets brytningsindex, under förutsättning att infallsvinkeln θ är liten och given i radianer.



- 2-17.** Ett liksidigt triangulärt prisma (60° kantvinkel) är tillverkat av kvartsglas. En ljusstråle infaller mot ena sidan med 35° infallsvinkel mot en av sidorna.

Rita strålens bana för fallen blått, gulgrönt och rött ljus.

En viss hjälp vad gäller hur brytningsindex för kvarts beror av våglängd kan t.ex. hittas i Pedrotti och Pedrotti, Tabell 15-3.

- 2-18.** En dykare simmar på 2.3 m djup i en sjö med spegelblank yta.

Hur många grader över horisontalplanet måste hon titta för att se en liten lägereld som brinner vid sjökanten 200 m bort?

- 2-19.** En punktformig ljuskälla lyser på 80 cm djup i en vattensamling.

Hur stor diameter har den cirkel på vattenytan genom vilken ljus kan tränga upp?

- 2-20.** Vid mittpunkten av en glaskub finns en synlig partikel innesluten.
- (a) Vilka delar av kubens sidoytor måste täckas över för att partikeln inte ska synas från något håll? Försumma möjligheten att se spegelbilder av partikeln.
 - (b) Hur stor andel av kubytan måste täckas över om kantlängden är 10 mm och glasets brytningsindex 1.5?
-
- 2-21.** En stråle vitt ljus som utbreder sig i ett kvartsglasprisma totalreflekteras mot en av ytorna med vinkeln θ mot ytnormalen. Är det möjligt att den reflekterade strålen blir
- (a) blåaktig, eller
 - (b) rödaktig.
 - (c) Ungefär för vilket värde på θ skulle detta kunna inträffa?
-
- 2-22.** Ett glasprisma med 60° toppvinkel har $n = 1.60$. En ljusstråle infaller mot ena sidoytan och kommer sedan ut på andra sidan.
- (a) Vilken är den minsta infallsvinkel för vilken detta är möjligt?
 - (b) Vilken infallsvinkel ger symmetrisk strålgång?
-
- 2-23.** En typ av optisk fiber består av en glaskärna (brytningsindex n_1) omgiven av en beläggning med brytningsindex $n_2 < n_1$. Antag att ljusstrålar som i luften bildar vinkeln θ med fiberaxeln kommer in i fiberns plana ändyta.
- (a) Visa att den största möjliga vinkeln θ som ger ljusutbredning längs fibern ges av $\theta = \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right)$.
 - (b) Hur stor blir θ om $n_1 = 1.58$ och $n_2 = 1.53$?
-
- 2-24.** Våglängden i luft för gult natriumljus är 589 nm.
- (a) Vilken frekvens svarar detta mot?
 - (b) Vad är våglängden i glas med brytningsindex 1.52?
 - (c) Beräkna ljushastigheten i nämnda glas.
-
- 2-25.** Det kan vara bra att veta varför reflektionslagen gäller.
Härled reflektionslagen från Huygens princip.
-

- 2-26.** Ljus propagerar genom ett dispersivt medium med brytningsindex $n(\lambda)$. Eftersom brytningsindex beror på våglängden λ kommer v_{phase} , d.v.s. fashastigheten och v_{gr} , gruppastigheten för ljus, också i allmänhet att bero på våglängden. Det finns ett flertal sätt att uttrycka gruppastigheten i ett dylikt medium. Utgå ifrån definitionen på gruppastighet, d.v.s.

$$v_{\text{gr}} = \frac{d\omega}{dk}$$

Visa att gruppastigheten kan uttryckas på följande enkla sätt:

$$v_{\text{gr}} = v_{\text{phase}} - \lambda \frac{dv_{\text{phase}}}{d\lambda}$$

och

$$v_{\text{gr}} = v_{\text{phase}} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)$$

-
- 2-27.** Opolariserat ljus skickas under Brewstervinkeln mot en plan glasskiva ($n = 1.33$).

Beräkna de elektriska fältstyrkorna samt polarisationsgraderna i det reflekterade och det transmitterade ljuset.

Polarisationsgraden, P , definieras som

$$P = \left| \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}} \right|$$

-
- 2-28.** Ett materials brytningsindex är sällan helt våglängdsberoende. En ofta använd formel för ett materials brytningsindex är Cauchys brytningsindex:

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{(\lambda_0)^2}$$

där λ_0 är våglängden i vacuum. För ett givet material gäller att $A = 1.40$ och $B = 3 \cdot 10^4 (\text{nm})^2$.

Bestäm grupp och fashastigheterna för ljus av 500 nm våglängd.

-
- 2-29.** Brytningsindex hos en gas kan bestämmas med hjälp av en Michelsoninterferometer. Gas släpps in i en från början evakuerad kammare (längd 5 cm) placerad i interferometerns ena arm medan antalet skapade interferensfransar räknas. Då trycket i kammaren ökat till tre ggr lufttrycket har 21 interferensfransar registrerats. Ljusets våglängd är 600 nm.

Bestäm gasens brytningsindex vid lufttryck.

- 2-30.** Opolariserat gult ljus från en Na lampa reflekteras mot en glasyta i 45° vinkel mot normalen. För det reflekterade ljuset uppmättes polarisationsgraden 80.0 %.

Bestäm glasets brytningsindex (t.ex. genom att plotta reflektionskoefficienterna (ur vilka polarisationsgraden kan beräknas) mot relevanta värden på brytningsindex eller genom att räkna algebraiskt).

- 2-31.** Man kan antireflexbehandla en lins genom att belägga dess yta med ett skikt av MgF_2 av en kvarts våglängds tjocklek.

Visa att det för minimal reflektion krävs att $n_1 = \sqrt{n_2}$ är brytningsindex för ytskiktet och n_2 är glasets brytningsindex.

Ljuset antages infalla vinkelrätt mot ytan.

- 2-32.** Opolariserat ljus med intensiteten I_0 infaller från luft mot en glasplatta med brytningsindex 1.54. Glasplattan kan vickas mellan två fasta lägen. I det ena läget infaller ljuset längs normalen till glasytan medan det reflekterade ljuset i det andra läget är fullständigt planpolariserat.

- (a) Beräkna intensiteterna hos det reflekterade ljuset (uttryckt i I_0) för de två lägena.

Efter glasplattan studeras det transmitterade ljuset med en analysator (d.v.s. en vridbar ideal polarisator).

- (b) Bestäm den maximala intensiteten, uttryckt i I_0 , som kan passera analysatorn för vardera läget på glasplattan.

Hänsyn skall tagas till att ljuset passerar två gränssytor, men multipla reflektioner i glasplattan kan försummas.

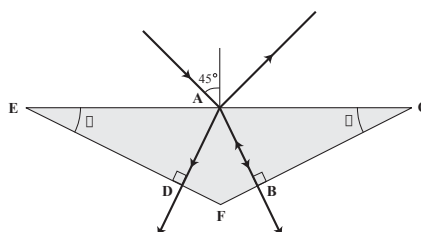
- 2-33.** Linjärpolariserat ljus propagerar i ett glasmaterial. Ljuset totalreflekteras vid materialets ytor.

Beskriv polarisationstillståndet hos ljuset efter två sådana reflektioner.

Ljuset är linjärpolariserat i 45° graders vinkel med infallsplanet. Materialets brytningsindex är 1.501. Infallsvinkeln är 50° .

2-34. En plan monokromatisk våg infaller i 45° vinkel mot punkten A på ytan EC enligt bilden. Ljuset kommer då delvis att reflekteras och delvis att transmittas (mot punkten B). I punkten B kommer i sin tur en del av det infallande ljuset att reflekteras tillbaka till punkten A. Slutligen kommer en viss del av detta ljus att återigen reflekteras, denna gång mot punkten D. Se Figur.

- Bestäm först vinkeln α så att det ljus som reflekteras i punkten B kommer att återkomma till punkten A.
- Bestäm därefter hur stor del av den mot A (ursprungligen) infallande intensiteten som kommer att transmittas ut ur ytan EF vid punkten D.



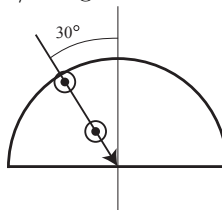
2-35. En stråle bestående av planpolariserat ljus (E -fältet vinkelrätt mot infallsplanet, se figur nedan) från en Ar-jonlaser faller i vacuum in mot centrum på en plan, halvrund kvartsplatta enligt figur.

- Beräkna i vilka huvudriktningar som det infallande ljuset kommer att transmittas respektive reflekteras från kvartsplattan.
- Beräkna hur stor del av det infallande ljuset (i vacuum) som kommer att transmittas respektive reflekteras i huvudriktningarna från kvartsplattan.

Antag att det infallande ljuset består av två olika våglängder, 457.9 nm och 514.5 nm, båda med samma intensitet, och då dielektricitetskonstanten (elektriska permittiviteten) för kvartsmaterialet ges av uttrycket:

$$\epsilon_{\text{kvarts}} = \epsilon_0 + \frac{Nq_e^2}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

och där ω_0 , materialets resonansfrekvens, motsvarar en ljusvåglängd av 180 nm och där dielektricitetskonstanten i materialet har värdet $20 \cdot 10^{-12} \text{ s}^2\text{C}^2/\text{m}^3\text{kg}$ vid en våglängd av 500 nm. Dielektricitetskonstanten i vacuum har värdet $8.85 \cdot 10^{-12} \text{ s}^2\text{C}^2/\text{m}^3\text{kg}$.



2-36. Ljus med våglängden 520 nm infaller mot en glasyta med brytningsindex 1.52.

- (a) Beräkna det reflekterade ljusets intensitet.
Ett tunt skikt (tjocklek 140 nm) av ett material med brytningsindex 1.2 läggs ovanpå på glasytan.
 - (b) Vid vilken ljusvåglängd dämpar denna antirefleksionsbehandling ljuset mest.
 - (c) Vilket brytningsindex skulle det tunna skikten egentligen behöva ha för att vi skall få minsta möjliga reflektion av ljus.
 - (d) Vid vilken våglängd sker detta.
-

2-37. Ljus infaller mot en glasplatta med brytningsindex n . Ljuset är linjärpolariserat på sådant sätt att polarisationsplanet bildar vinkeln 45° mot infallsplanet. Infallsvinkeln Θ är sådan att Brewstervillkoret är uppfyllt.

Utgå från lämpliga uttryck för transmissionkoefficienterna $t_\perp$ och $t_\parallel$ (med cosinus och eller sinus funktioner av lämpliga vinklar, se formelblad, tabell etc.).

- (a) Härled uttryck för dessa som bara beror på brytningsindexet n .
- (b) Beräkna hur stor del av det infallande ljuset som transmitteras om brytningsindex är 1.60.

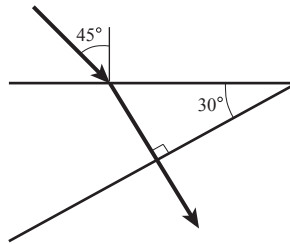
Multipla reflektioner mellan ytorna får försummas.

2-38. Monokromatiskt ljus infaller mot en tunn glasplatta. Det transmittade ljuset observeras i en riktning motsatt det infallande ljusets. Glasets brytningsindex är 1.51723, plattans tjocklek är 3.35000 mm och ljusets våglängd är 632.119 nm. Glasplattans ytor är belagda med ett högre reflekterande skikt vilket reflekterar 97% av allt ljus ($R = 97\%$). Då plattan hålles vinkelrätt mot det infallande ljuset transmitteras en mycket liten del av den totalt infallande intensiteten. Då plattan vrids kommer transmissionen att bli hög för vissa plattpositioner.

- (a) Beräkna (i grader räknat) hur mycket plattan måste vridas för att första transmissionsmaximet skall uppträda.
 - (b) Beräkna därefter hur många grader ytterligare som plattan måste vridas för att andra transmissionsmaximet skall uppträda.
-

- 2-39.** Opolariserat ljus med intensiteten 1 W/m^2 infaller i 45° vinkel mot spetsen på ett glasprisma. Prismats toppvinkel är 30° . Materialets brytningsindex är 1.4142.

Beräkna intensiteten på det transmitterade ljuset.



-
- 2-40.** En plan monokromatisk EM-våg reflekteras mot en plan yta.

- (a) Visa att för 45° infallsvinkel är $r_{\parallel} = r_{\perp}^2$.
- (b) Bestäm hur stor del av den infallande intensiteten som reflekteras mot en yta med $n = 1.5$ när det infallande ljuset är opolariserat.

Kapitel 3

Geometrisk optik, optiska instrument

3-1. Ett frimärke studeras med hjälp av en konvex lins med fokallängd 40 mm.

- (a) Vad blir vinkelförstoringen?
 - (b) Hur långt från frimärket ska linsen placeras för att denna maximala vinkelförstoring ska erhållas?
 - (c) Blir bilden av frimärket reell eller virtuell?
 - (d) Blir bilden av frimärket rättvänd eller inverterad?
-

3-2. Ett 3 mm högt objekt är placerat 12 cm från en konvex lins med brännvidden 10 cm. 50 cm efter linsen står en annan konvex lins med brännvidden 5 cm. Var hamnar den slutgiltiga bilden, och hur hög blir den? Rita också en korrekt strålgång för detta avbildningssystem.

- 3-3.**
- (a) Ett 3.0 cm högt föremål placeras 13.5 cm från en lins. På ett avstånd av 21.3 cm bakom linsen upptäcker en reell, inverterad bild av föremålet. Vad är linsens fokallängd?
 - (b) Föremålets avstånd till linsen halveras. Var hamnar bilden nu? Är den reell eller virtuell? Är den rättvänd eller inverterad?
 - (c) Rita strålgångar för både uppgift a) och b)!
-

3-4. Med hjälp av en lins studeras en mycket liten bild av Frankrikes flagga (blå-vit-röd). Om man behöver en vinkelförstoring på 4, vad för sorts lins bör man då använda och var ska man placera ögat, linsen och den lilla flaggan? Kommer det att bli någon skillnad på olika delar av bilden?

- 3-5.** Antag en sfärisk vattendroppe med diametern $20\ \mu\text{m}$. Denna droppe träffas av parallellt ljus från solen. Betrakta en stråle som infaller precis längs med droppens symmetrilinje (d.v.s. infallsvinkeln blir noll) samt strålar som infaller lite högre upp så att deras infallsvinklar blir $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ och 80° . Vilken vinkel kommer de delar av dessa strålar ha som reflekteras en gång i droppens bakkant, i förhållande till det infallande ljuset? Hur kommer det reflekterade ljuset att se ut?
-

- 3-6.** Ett objekt avbildas med ett system av två konvexa linser. Den första linsen är placerad 40 cm från objektet och har en fokallängd på 30 cm. Den andra linsen har en fokallängd på 20 cm. Avståndet mellan linserna varierar mellan tre olika lägen:

- (a) 1.5 m
- (b) 1.3 m
- (c) 1.1 m

För vart och ett av dessa lägen, ange var den slutliga bilden hamnar, och vad den totala förstoringen blir. Är bilderna rättvända eller inverterade? Är de reella eller virtuella?

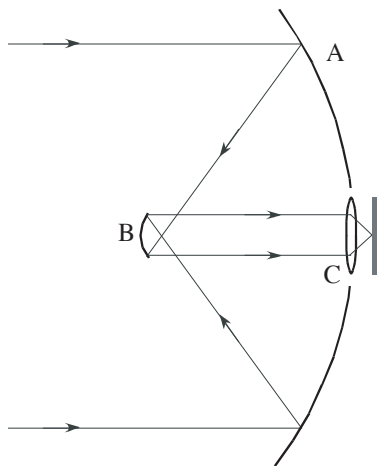
- 3-7.** Med hjälp av en konkav lins, med fokallängd på 150 mm, avbildas ett normalstort risgryn. Risgrynet är placerat 20 cm framför linsen.

- (a) Var hamnar bilden av risgrynet?
 - (b) Ungefär, hur stor kommer bilden att vara?
 - (c) Är bilden virtuell eller reel?
 - (d) Är bilden inverterad eller virtuell?
 - (e) Rita en korrekt strålgång för avbildningen!
-

- 3-8.** Du får i uppdrag att slipa en bit glas (brytningsindex 1.5) för att använda i ett teleskop. Du har redan en annan lins, vilken har en fokallängd på 10 mm. Teleskopets vinkelförstoring ska vara -40. Hur ska du slipa linsen för att åstadkomma detta? Hur långt ska linserna stå från varandra? Vilken ska vara närmast ögat?
-

3-9. Figuren nedan visar ett avbildningssystem som består av två sfäriska speglar och en lins. Spegeln A har en krökningsradie på 20 m och spegeln B's krökningsradie är 2 m. Spegeln A har ett hål i mitten. Där är en positiv lins (C) med fokallängd på 5 cm placerad. 5 cm bakom linsen, d.v.s. i linsens fokalplan, finns en CCD-detektor (en videokamera) placerad. På denna kan bilder projiceras. Spegeln B kan förskjutas längs sin optiska axel.

- Just nu står spegel B 11.001 m ifrån Spegel A. Var måste ett objekt vara placerat för att avbildas skarpt på detektorn?
- Om spegel B flyttas 1 mm närmare spegel A, var ska då ett objekt vara placerat? Vad kan man kalla detta instrument?
- Finns det någon form på speglarna som skulle vara lämpligare än just sfärisk? Motivera ditt svar!



Kapitel 4

Polarisation

- 4-1.** Enfärgat, naturligt ljus infaller under polarisationsvinkeln mot ytan av ett visst genomskinligt material med $n = 1.5$.

Hur stor del av intensiteten reflekteras?

- 4-2.** En homogen planpolariserad ljusstråle, vars elektriska vektor bildar 45° med infallsplanet, infaller mot en vätskeyta.

Beräkna vätskans brytningsindex om 5.5% av den infallande intensiteten reflekteras då infallsvinkeln är 45° .

- 4-3.** En homogen, linjärpolariserad ljusstråle är polariserad i 45° vinkel i förhållande till infallsplanet.

Under vilken vinkel bör ljusstrålen träffa en vattenyta för att strålens svängningsplan efter reflektionen skall bilda 60° vinkel med infallsplanet?

- 4-4.** Opolariserat ljus skickas under Brewstervinkeln mot en plan glasskiva ($n = 1.33$).

Beräkna de elektriska fältstyrkorna, intensiteterna och polarisationsgraderna i det reflekterade och det transmitterade ljuset.

- 4-5.** En planparallell glasskiva med tjockleken t och brytningsindex n_2 placeras i ett medium med brytningsindex $n_1 = 0.67n_2$. Opolariserat ljus faller in mot skivan under Brewstervinkeln.

- (a) Visa att den refrakterande strålen träffar den andra gränsytan under Brewstervinkeln.
 - (b) Bestäm polarisationsgraden i det transmitterade ljuset.
 - (c) Hur många skivor skulle behövas för att producera 90% planpolariserat ljus?
-

- 4-6.** Cirkulärpolariserat ljus faller under 45° infallsvinkel mot en glasskiva med brytningsindex 1.5.
Bestäm polarisationsgraden i det reflekterade ljuset.

- 4-7.** Planpolariserat ljus ($\lambda = 589 \text{ nm}$) faller vinkelrätt mot en 1 mm tjock skiva av kvarts vars optiska axel sammanfaller med strålens riktning.
Hur skiljer sig det transmitterade ljuset från det infallande?
Vid 589 nm är brytningsindexen för höger och vänster cirkulärpolarisation 1.54420 resp. 1.54427.

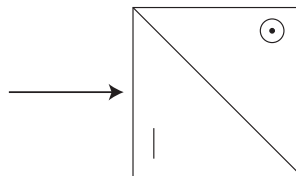
- 4-8.** En kalkspatskristall har slipats så att optiska axeln bildar 60° mot ytnormalen.
Beräkna brytningsvinklarna för en stråle som infaller vinkelrätt mot ytan.

$$n_o = 1.6585, n_{eo} = 1.4864$$

- 4-9.** En tjock planparallell kalkspatsskiva är skuren med optiska axeln 60° mot ytnormalen.
Beskriv i detalj, med användning av Huygens princip utbredningen av en ljusstråle ($\lambda = 589 \text{ nm}$) som faller in i kalkspatskivan under 45° infallsvinkel.
Optiska axeln ligger i infallsplanet. $n_o = 1.65835, n_{eo} = 1.48640$

- 4-10.** En tunn opolariserad ljusstråle ($\lambda = 589 \text{ nm}$) faller vinkelrätt mot ett Wollastonprisma av kvarts med längden 5 cm och 45° snittvinkel.
Beskriv strålens väg genom prismet.

$$n_o = 1.54424, n_{eo} = 1.55335$$



- 4-11.** Solen (som utsänder opolariserat ljus) står 15° över horisonten. Dess spegelbild i en lugn vattenyta studeras genom en ideal polaroid.
Vilket är förhållandet mellan intensiteterna om polaroidens transmissionsriktning är parallel med infallsplanet?

4-12. Grönt opolariserat parallelt ljus från en Hg-lampa träffar en fotomultiplikator. Denna registrerar ljusets intensitet genom att räkna antalet infallande fotoner (pulser) per minut. Medelvärde är 64 pulser/min då inga hinder finns i strålgången.

- (a) Om man placerar en $\lambda/4$ -platta i strålgången, hur stor blir räknehastigheten om man bortser från reflektionsförluster o.dyl.?
 - (b) Därefter placeras en ideal polaroid bakom $\lambda/4$ -plattan med transmissionsriktningen vertikalt. Hur stor blir räknehastigheten?
 - (c) Efter polaroiden placeras sedan en $\lambda/2$ -platta med optiska axeln i 45° vinkel mot vertikalplanet. Vilken räknehastighet får man nu?
 - (d) Efter $\lambda/2$ -plattan placeras ytterligare en polaroid med transmissionsriktningen parallell med $\lambda/2$ -plattans optiska axel. Hur stor blir räknehastigheten?
-

4-13. Monokromatiskt ljus ($\lambda = 589 \text{ nm}$) passerar en planpolarisator och en kalkspatskiva.

- (a) Kan det transmitterade ljuset göras cirkulärpolariserat om den ordinära strålen delvis absorberas i kalkspatskivan medan den extraordinära intensiteten är opåverkad?
 - (b) Om svaret är ja, beskriv i detalj anordningen under antagande att 25% av den ordinära intensiteten absorberas i den tunna kalkspatskivan.
-

4-14. En opolariserad ljusstråle med intensiteten 0.01 W/m^2 infaller vinkelrätt mot ett polaroidfilter.

- (a) Hur stor blir den transmitterade strålens maximala elektriska fältstyrka?
 - (b) Hur stort blir strålningstrycket på polaroidfiltret?
-

4-15. Opolariserat ljus infaller mot två ideala (ingen absorption med E -fältet utmed filtrets polarisationsriktning samt fullständig absorption med E -fältet vinkelrätt mot denna) polaroider lagda på varandra.

Vilken vinkel måste filtrens polarisationsriktningar bilda för att den transmitterade intensiteten ska bli en tredjedel av den infallande?

4-16. Tre ideala polaroidfilter har buntats samman. Det första och den tredje är korsade, men filtret i mitten har sin polarisationsriktning i 45° vinkel mot de andras riktningar.

Hur stor andel av en inkommande opolariserad ljusstråle transmittteras?

En ideal polarisator karakteriseras av: ingen absorption med E -fältet utmed filtrets polarisationsriktning samt fullständig absorption av E -fältet vinkelrätt mot denna.

- 4-17.** En opolariserad ljusstråle passerar succesivt fyra polaroidfilter (ideala), som är orienterade så att varje filters karakteristiska polarisationsriktning är roterad 30° medurs relativt det närmast föregående filtret.

Hur stor andel av den infallande ljusintensiteten transmittteras?

- 4-18.** En planpolariserad ljusstråle passerar två polaroidfilter, varav det första har sin karakteristiska polarisationsriktning roterad vinkeln θ , och det andra 90° , relativt ljusets polarisationsplan.

För vilket värde på θ blir den transmitterade intensiteten en tiondel av den infallande?

- 4-19.** En opolariserad ljusstråle infaller vinkelrätt mot ett polaroidfilter, vars polarisationsriktning bildar 70° vinkel mot lodlinjen. Den transmitterade strålen infaller därefter vinkelrätt mot ett andra polaroidfilter, med horisontellt orienterad polarisationsriktning.

Vad blir intensiteten efter passage av båda filtren, om den ursprungliga intensiteten var 43 W/m^2 ?

- 4-20.** En ljusstråle som består av en blandning av polariserat (linjärpolariserat) och opolariserat ljus passerar ett polaroidfilter. Då detta roteras finner man att den maximala intensiteten är fyra gånger större än den minimala.

Vad är intensitetsförhållandet mellan den ursprungliga strålens polariserade och opolariserade komponenter?

- 4-21.** Man vill rotera en planpolariserad ljusstrålens polarisationsplan 90° .

- (a) Hur kan man göra detta med polaroidfilter som enda hjälpmedel?
 - (b) Hur många polaroidfilter (ideala) behövs om totala intensitetsförlusten inte får överskrida 40%?
-

- 4-22.** På en badstrand, strax före solnedgången, var horisontalkomponenten av ljusets elektriska fält dubbelt så stor som vertikalkomponenten. En stående solbadare tar på sig polaroidglasögon (ideala) som absorberar horisontalkomponenten.

- (a) Hur stor andel av ljusintensiteten passerar glasögonen?
 - (b) Hur stor andel av ljusintensiteten passerar glasögonen om solbadaren i stället ligger på sidan?
-

- 4-23.** Polarisationsgraden, P , för delvis polariserat ljus (en blandning av linjärpolariserat och opolariserat ljus) definieras som

$$P = \frac{I_{\text{pol}}}{I_{\text{pol}} + I_{\text{opol}}}$$

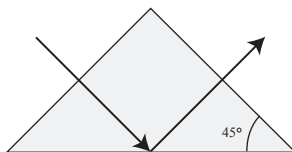
Visa att för delvis planpolariserat ljus är

$$P = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}$$

då I_{max} och I_{min} är maximala resp. minimala intensiteten som transmitteras genom en polarisator då den roteras 180° .

- 4-24.** En ljusstråle reflekteras i ett $45^\circ - 90^\circ - 45^\circ$ glasprisma ($n = 1.5$) enligt figur. Ljusets våglängd är 500 nm.

- På vilket avstånd från ytan är amplituden hos den evanescenta vågen $1/e$ av amplituden vid ytan?
- Med vilken faktor är den evanescenta vågens intensitet reducerad 1 mm från ytan?



- 4-25.** Följande tre uttryck beskriver E -fältet hos tre vågor med vågvektor k och vinkelfrekvens ω .

Beskriv fullständigt polarisationstillstånden för följande vågor och teckna motsvarande Jonesvektorer:

- $E = \hat{x}E_0 \cos(kz - \omega t + \pi/8) + \hat{y}E_0 \cos(kz - \omega t - \pi/8)$
 - $E = \hat{x}E_0 \cos(kz - \omega t + \pi/8) + \hat{y}E_0 \sin(kz - \omega t - \pi/8)$
 - $E = \hat{x}E_0 \cos(kz - \omega t + \pi/8) + \hat{y}(i + i)E_0 \sin(kz - \omega t - \pi/8)$
-

- 4-26.** Nedan följer sex stycken polarisationstillstånd för ljus skrivna som Jonesvektorer.

$$\begin{bmatrix} -i \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -i \\ i \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1+i \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1-2i \\ 1+i \end{bmatrix} \text{ och } \begin{bmatrix} 1-i \\ 1+i \end{bmatrix}$$

Beskriv polarisationstillståndet fullständigt (i ord och med vederbörliga riktningar specificerade, téxhögercirkulärpolariserat, elliptiskt polariserat åt vänster med storaxeln i 45° riktning mot x -axeln, etc.) för ljuset i de sex fallen:

4-27. Jonesvektorerna för tre olika polarisationstillstånd är givna nedan.

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1-i \\ 1 \end{bmatrix}$$

Bestäm Jonesvektorerna för det ljus som är ortogonalt polariserat relativt ovanstående fält.

4-28. Cirkulärpolariserat ljus faller under 45° infallsvinkel mot en glasskiva med brytningsindexet 1.5.

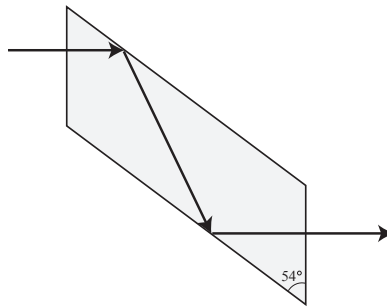
Bestäm polarisationsgraden i det reflekterade ljuset.

4-29. En planpolarisator bildar vinkeln α med x -axeln.

Bestäm polarisatorns Jonesmatris för ljus propagerande i positiv z -riktning.

4-30. En Fresnelromb av glas (se figur) används för framställning av cirkulärpolariserat ljus. Det inkommande ljuset är planpolariserat 45° relativt infallsplanet.

- Vad är det som gör att man kan få ut cirkulärpolariserat ljus från linjärpolariserat ljus ut ur en Fresnelromb?
- Bestäm glasets brytningsindex.



4-31. En tjock planparallell kalkspatskiva är skuren med optiska axeln 60° mot ytnormalen.

Beskriv i detalj, med användning av Huygens princip, utbredningen av en ljusstråle ($\lambda = 589 \text{ nm}$) som faller in i en kalkspatskiva under 45° infallsvinkel.

Optiska axeln ligger i infallsplanet.

$$n_o = 1.65835, n_{eo} = 1.48640.$$

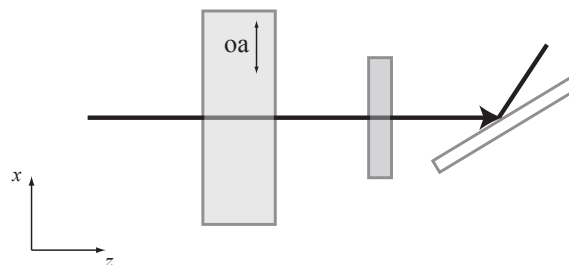
- 4-32.** En tunn opolariserad ljusstråle ($\lambda = 589 \text{ nm}$) faller vinkelrätt mot ett Wollastonprisma av kvarts med längden 5 cm och 45° snittvinkel. Beskriv strålens väg genom prismet.

$$n_o = 1.54424, n_{eo} = 1.55335.$$

- 4-33.** Härled formen av den Jonesmatris som beskriver en kvartvågslängdsplatta av kalkspat
- (a) med optiska axeln horisontell
 - (b) med optiska axeln vertikal.
-

- 4-34.** Planpolariserat ljus ($\lambda = 589 \text{ nm}$) faller vinkelrätt mot en 1 mm tjock skiva av kvarts, vars optiska axel sammanfaller med strålens riktning. Vid 589 nm är brytningsindexen för höger- och vänstercirkulär polarisation 1.54420 resp. 1.54427. Hur skiljer sig det transmitterade ljuset från det infallande?
-

- 4-35.** Vänstercirkulärt polariserat ljus ($\lambda = 500 \text{ nm}$) infaller vinkelrätt på en 0.01 cm tjock kalkspatplatta med optiska axeln liggande i ytan, parallell med x -axeln ($n_o = 1.658, n_{eo} = 1.485$). Se schematisk figur nedan.
- (a) Bestäm Jonesvektorn för det transmitterade ljuset.
Därefter passerar ljuset ett tunt skikt av dikroiskt material, som absorberar 30% av den extraordinära strålens intensitet men lämnar den ordinära strålen och den relativa fasen oförändrad.
 - (b) Beskriv det resulterande fältet och bestäm den nya Jonesvektorn.
Slutligen faller ljuset på en glasplatta ($n = 1.5$), vars yta är parallell med y -axeln (enl. figur). Infallsvinkeln är 56° .
 - (c) Beskriv det reflekterade ljuset och bestäm dess intensitet relativt det ursprungliga ljusets.



- 4-36.** En planpolariserad ljusstråle ($\lambda = 600$ nm) kommer vinkelrätt mot en dubbelbrytande kristallplatta, som är skuren så att optiska axeln ligger i kristallens yta. Plattans tjocklek är 5.0 mm. Det infallande ljusets polarisationsplan bildar 60° vinkel med optiska axeln (medurs då man ser i strålens utbredningsriktning).

Bestäm Jonesvektorerne för de infallande och transmitterade strålarna med optiska axeln i y -riktningen.

$$n_o = 1.550, n_{eo} = 1.560$$

- 4-37.** Ett Rochonprisma består av två rätvinkliga prismor, sammansatta med optiska axlarna vinkelräta mot varandra (se figur i boken). Opolariserat ljus infaller vinkelrätt mot prismet.

Hur stor blir vinkeln mellan de genom prismet transmitterade strålarna?

$$n_o = 1.668, n_{eo} = 1.491$$

- 4-38.** Ett optiskt element har Jonesmatrisen

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

En egenvektor

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$$

till denna matris satisfierar sambandet

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$$

där λ är en konstant. Polarisationstillståndet för ljus som är en egenvektor till denna matris blir alltså oförändrat vid transmission genom elementet.

- (a) Beskriv det ljus som har sådan egenskap med avseende på ett optiskt element med Jonesmatrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$$

- (b) Vad för komponent beskriver ovanstående matris och vilket ljus förväntas passera denna komponent utan att dess polarisationstillstånd förändras?
-

- 4-39.** En optiskt aktiv skiva av lämplig tjocklek och två planpolarisatorer kan användas för att konstruera ett 'polarisationspaket', som har maximal transmission för $\lambda = 0.6563 \mu\text{m}$ och helt blockerar $\lambda = 0.6867 \mu\text{m}$. Den optiskt aktiva skivan består av ett material med specifika rotationen $\phi = 2.10 + 8.14/\lambda^2$ °/mm, med λ uttryckt i μm .

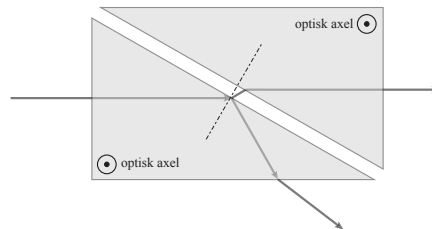
Beskriv hur detta kan göras och beräkna skivans tjocklek.

- 4-40.** Monokromatiskt ljus ($\lambda = 589 \text{ nm}$) passerar en planpolarisator och en kalkspatskiva.

- Kan det transmitterade ljuset göras cirkulärpolariserat om den ordinära strålen delvis absorberas i kalkspatskivan medan den extraordinära intensiteten är opåverkad?
 - Om svaret är ja, beskriv i detalj anordningen under antagande att 25% av den ordinära intensiteten absorberas i kalkspatskivan.
-

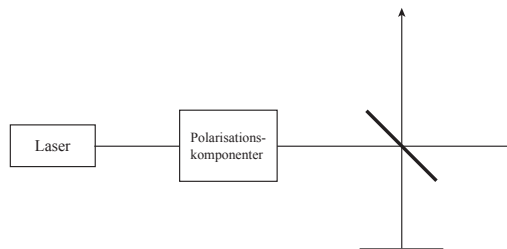
- 4-41.** Ljus infaller mot en optisk komponent som består av två dubbelbrytande prismor, separerade med ett tunt luftlager (se figur).

Bestäm toppvinkeln i prismet så att båda utgående strålarna är fullständigt polariserade.



- 4-42.** I många fall då man använder lasrar inom optiken vill man undvika att bakåtreflektat laserljus (från olika typer av glasytor) tränger tillbaka in i lasern. Se figur för exempel. Detta kan göras med enbart två komponenter, en polaroid (som linjärpolariserar inkommande ljus) och en kvartsvågsplatta.

Beskriv hur de skall placeras och förklara (med enkla men lämpliga matematiska uttryck/formler) hur detta fenomen kan uppkomma.



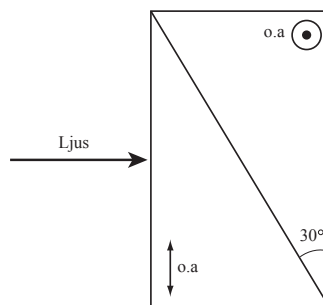
- 4-43.** Du har opolariserat, men tämligen monokromatiskt ljus och vill av detta tillverka elliptiskt polariserat ljus där förhållandet mellan maximal och minimal E -vektorslängd är 3:1. Ellipsens storaxel skall vara vertikal.

Beskriv en uppställning där detta kan tänkas göras.

- 4-44.** För långvågig infraröd strålning finns inga bra polarisationsfilter av samma typ som i den synliga delen av spektrum. En användbar metod är att i stället placera ett antal plattor i Brewstervinkel i strålens väg. Ju fler sådana plattor som placeras efter varandra, desto bättre kommer polarisationen för det transmitterade ljuset att vara. Ge polarisationen som förhållandet mellan de två transmitterade intensiteterna, dvs $I_{\text{TM}}/I_{\text{TE}}$.

Beräkna ett numeriskt värde på denna efter två germaniumplattor ($n = 3.97$)?

- 4-45.** Ett Wollastonprisma är ett prisma som kan användas för att separera en laserstråle i två strålar (med ortogonala polarisationsriktningar). Prismat består av två delar av ett dubbelbrytande material (skurna med 30° toppvinkel, men med den optiska axeln riktad åt olika håll) sammansatta så att en rektangulär komponent skapas. Se Figur.



- Beskriv hur de två olika polarisationsriktningarna i en parallellt inkommande laserstråle separeras.
- Bestäm deras utgångsvinklar.
Många laserstrålar (egentligen alla) har dock en viss divergens. Detta försvårar separeringen.
- Beräkna den största divergensen som en sådan stråle får ha för att de två polarisationsriktningarna fortfarande kan separeras med ovanstående prisma.

- 4-46.** Ljus infaller från luft mot glas (brytningsindex 1.50).

Vid vilken infallsvinkel är det reflekterade ljuset linjärpolariserat?

4-47. Opolariserat ljus infaller från luft mot $n = 1.50$) under infallsvinkeln 30° . det reflekterade ljuset är då delvis polariserat. Detta ljus undersöks med en polarisator.

- (a) Beräkna det förhållandet mellan E -fältsamplituden för ljus vars E -fältsriktning är vinkelrätt mot infallsplanet med E -fältsamplituden för ljus vars E -fältsriktning är parallell med infallsplanet.
- (b) Beräkna förhållandet mellan maximal och minimal intensitet då polarisatorn vrids ett helt varv.

4-48. En blandning av opolariserat och linjärpolariserat ljus undersöks med en ideal polarisator och en detektor. Ljuset infaller rakt framifrån mot polarisatorn. Då polarisatorn vrids (roteras) varierar detektorns utslag mellan det minimala 3.8 mA och det maximala 12.5 mA.

Bestäm förhållandet mellan intensiteten I_1 hos det linjärpolariserade ljuset och intensiteten I_0 hos det opolariserade ljuset.

4-49. Delvis polariserat ljus (dvs en blandning av linjär och opolariserat ljus) betraktas genom en polarisator. När man vrider polarisatorn 60° från det läge där vi får maximal intensitet så halveras intensiteten.

Bestäm polarisationsgraden P samt förhållandet mellan den maximala och den minimala intensiteten då polarisatorn vrids runt.

P definieras som $P = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$.

4-50. Från en ljuskälla får vi delvis polariserat ljus. Detta visar sig vara en blandning av linjärpolariserat och opolariserat ljus. Ljuset analyseras genom att en polarisator sättes framför en detektor. Intensiteten som funktion av polarisatorns riktning $I(\phi)$ uppmäts till följande (I i W/m^2 , ϕ i grader räknat från vertikalriktningen):

ϕ	0	10	20	30	40	50	60
$I(\phi)$	18.4	21.4	23.7	24.8	24.8	23.7	21.4
ϕ	70	80	90	100	110	120	130
$I(\phi)$	18.4	15.0	11.6	8.6	6.3	5.2	5.2
ϕ	140	150	160	170	180		
$I(\phi)$	6.3	8.6	11.6	15.0	18.4		

- (a) Beräkna hur stor den opolariserade samt den polariserade intensiteten som sänds ut från ljuskällan är.
- (b) Beräkna även i vilken riktning den polariserade komponenten ligger i förhållande till vertikalriktningen.

4-51. En opolariserad ljusstråle reflekteras mot en plan gränsyta ($n = 1.61$). Infallsvinkeln är 48° .

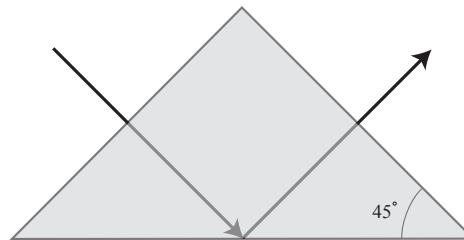
- (a) Bestäm förhållandet mellan amplituderna för E -fältsvektorn parallell med och vinkelrätt mot infallsplanet.
- (b) Beräkna förhållandet mellan den reflekterade strålens intensitet och den infallande strålens intensitet.

4-52. Opolariserat, parallellt ljus infaller under infallsvinkeln 37.5° mot en plan glasyta. Det reflekterade ljusets polarisation undersöks med en polarisator. Förhållandet mellan maximala och minimala intensiteten från polarisatorn då denna vrides runt är 4.0.

Vilket brytningsindex har glaset?

4-53. När opolariserat ljus infaller enligt figuren mot ett $45^\circ - 90^\circ - 45^\circ$ prisma med brytningsindex 1.62 sker totalreflektion i den horisontella ytan när prismet är omgivet av luft. Den reflekterade intensiteten är då I_0 .

Hur stor blir den reflekterade intensiteten när den horisontella ytan täcks med vatten? Tag endast hänsyn till reflektioner i gränssytan glas - vatten.



4-54. Opolariserat, parallellt ljus infaller med infallsvinkeln 70° mot en glasyta. Glaset har brytningsindex 1.523.

Hur stor del av det infallande ljuset reflekteras?

4-55. Opolariserat ljus från en monokromatisk ljuskälla träffar en fotomultiplikator. denna registrerar ljusets intensitet genom att räkna antalet infallande fotoner (pulser av ljus) per minut. Medelvärde är 64 pulser per minut då inga hinder finns i strålgången.

- (a) Beräkna räknehastigheten hos detektorn och beskriv ljusets polarisationsegenskaper om man placerar en $\lambda/4$ -dels platta i strålgången (bortse från reflektions förluster i $\lambda/4$ -dels plattan).
- (b) Beräkna räknehastigheten och beskriv ljusets polarisationsegenskaper om man därefter placerar en ideal polarisator bakom $\lambda/4$ -plattan med en vertikal genomsläppsriktning (bortse från reflektions förluster i polarisatorn).
- (c) Beräkna räknehastigheten och beskriv ljusets polarisationsegenskaper om man därefter placerar en $\lambda/2$ -dels platta med optiska axeln i 45° vinkel efter polarisatorn (bortse från reflektions förluster i $\lambda/2$ -dels plattan).
- (d) Beräkna räknehastigheten och beskriv ljusets polarisationsegenskaper om man därefter placerar ytterligare en polarisator efter $\lambda/2$ -dels plattan med en genomsläppsriktning parallell med $\lambda/2$ -dels plattans optiska axel.

4-56. Antag att vi har planpolariserat ljus med polarisationsriktningen vertikalt. Vi vill vrida polarisationsplanet 30° . Ange hur detta kan åstadkommas på enklast möjliga sätt om man

- (a) kan tolerera en minskning av intensiteten med högst 30%.
- (b) kan tolerera en minskning av intensiteten med högst 10%.

4-57. Ljus som utbreder sig i vatten ($n = 1.33$) infaller mot en glasskiva med $n = 1.58$.

Vid vilken infallsvinkel blir det reflekterade ljuset fullständigt planpolariserat?

4-58. Opolariserat ljus reflekterats på en vattenyta.

- (a) Vid vilken infallsvinkel blir ljus reflekterat från en vattenyta fullständigt polariserat?
- (b) Beror denna vinkel på ljusets våglängd? I sådana fall, varför, eller varför inte?

4-59. Vanligt (opolariserat) vitt ljus infaller mot kvartsglas.

Beräkna Brewstervinklarna för reflektion av vitt ljus ($400 \text{ nm} < \lambda < 700 \text{ nm}$) mot kvartsglas.

Kvartsglas har brytningsindex i intervallet 1.450 - 1.470 för ljus inom detta våglängdsintervall.

4-60. Vid Brewstervinkeln är det reflekterade ljuset som bekant helt polariserat. Detta gäller t.ex. vid solljus som reflekteras på sjö och havsytor mot oskyldiga seglare. Därför brukar seglare förse sig med polariserande solglasögon.

(a) Beräkna Brewstervinkeln vid ljusinfall från luft mot en vattenyta ($n = 1.33$).

(b) Vilken polarisationsriktning skall glasögonen utsläcka för att göra mest nytta (d.v.s. minimera reflexerna från vattenytan)? Den som kommer vågrätt eller lodrätt?

Ibland behagar dock naturen att förse seglarna med icke helt spegelblanka ytor. Det förekommer vågor, dyningar mm. Dessa innebär att ytan inte längre är horisontell. Solen behagar dessutom att ändra höjd med tiden på dygnet. Detta påverkar infallsvinkeln och därmed polarisationsgraden. Antag att solen står på sådan höjd att den infaller i Brewstervinkel mot havsytan en viss sträcka bort.

(c) Hur stor vinkelförändring kan man acceptera (kring Brewstervinkeln) om man kräver att kvoten mellan de två polarisationsriktningarna hos det reflekterade ljuset inte får bli sämre än 1:100?

4-61. Delvis elliptiskt ljus (d.v.s. en blandning mellan elliptiskt och opolariserat ljus) utbreder sig i z -led och passerar en linjärpolarisator. Då polarisatorns transmissionsaxel är riktad i y -led så är intensiteten hos det transmitterade ljuset minimal (med värdet I_0). Då transmissionsaxeln är riktad i x -led är den transmitterade intensiteten maximal (med värdet $1.5I_0$).

(a) Bestäm intensiteten då transmissionsaxelns riktning bildar vinkeln Θ med x -axeln.

Detta delvis elliptiska ljus får nu först passera en $\lambda/4$ platta innan det passerar ovannämnda linjärpolarisator. $\lambda/4$ -plattans snabba axel ligger längs x -axeln. Nu erhålles maximal intensitet hos det transmitterade ljuset då linjärpolarisatorns axel bildar 30° mot x -axeln.

(b) Beräkna värdet på den maximala intensiteten.

(c) Bestäm hur stor del av det infallande ljusets intensitet som är opolariserad.

4-62. Linjärpolariserat ljus infaller under Brewstervinkel (Θ) mot en glasplatta. Ljusets polarisationsplan bildar vinkeln 45° mot infallsplanet.

- (a) Bestäm transmissionskoefficienterna $t_{\parallel}$ och $t_{\perp}$ för ljus som går igenom plattan.
 - (b) Beräkna numeriska värden för $\Theta = 58^\circ$.
-

4-63. En ljusstråle med Jonesvektorn $\begin{bmatrix} 3 \\ i \end{bmatrix}$ träffar en planparallell glasskiva (med $n = 1.54$) under Brewstervinkel.

Bestäm Jonesvektorn för det transmitterade ljuset och beskriv dess polarisationstillstånd i ord.

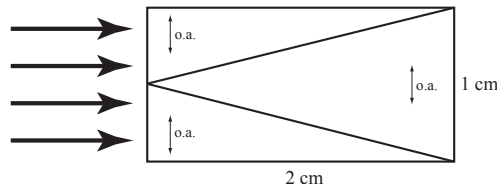
4-64. En vänstercirkulärpolariserad ljusstråle infaller under 45° infallsvinkel mot en glasplatta ($n = 1.5$).

Beskriv i detalj det genom plattan transmitterade ljuset.

Försumma interferenseffekter som uppkommer p.g.a. multipla reflektioner.

4-65. Figuren visar ett s.k. Ahrenprisma som består av tre kilformade kalkspat-kristaller ($n_o = 1.6652, n_{eo} = 1.4895$) sammanfogade med ett tunt lager kanadabalsam ($n = 1.55$). De optiska axlarna är orienterade vinkelrätt mot prismats långsida.

Beskriv i detalj prismats inverkan på opolariserat ljus som infaller vinkelrätt mot ena kortsidan.



4-66. I ett försök med Youngs dubbelspalt placeras halvvåglängdsplattor framför de två spalterna, så att den ena plattans snabba axel är horisontell och den andra plattans snabba axel är vertikal. Det infallande ljuset är monokromatiskt och opolariserat.

Beskriv om, och i sådana fall hur, interferensmönstret ändras då de två halvvåglängdsplattorna sätts in.

4-67. Opolariserat ljus infaller under 35° vinkel mot en plan glasyta och det reflekterade ljuset undersöks med hjälp av en roterbar polaroidskiva. Man finner därvid att polarisationsgraden är 60 %.

Bestäm glasets brytningsindex.

4-68. Jonesmatrisformalism kan användas för att beskriva polarisationstillståndet hos ljus och för att beräkna hur detta påverkas då ljus påverkas av optiska komponenter.

- (a) Härled Jonesmatrisen för en kvartsvåglängdsplatta med snabba axeln i horisontalplanet (x - z planet).
- (b) Beskriv i detalj polarisationstillståndet för ljus med Jonesvektorn $\begin{bmatrix} 1 \\ 1+i \end{bmatrix}$ sedan det passerat denna platta.

4-69. En optisk uppställning består av en ljuskälla som sänder ut opolariserat ljus som får träffa en polarisator, en $\lambda/4$ -platta, och ytterligare en polarisator, i nu nämnd ordning. Den första polarisatorn är ställd så att det transmitterade ljusets polarisationsriktning ligger längs x -axeln. $\lambda/4$ -plattans optiska axel ställs i en vinkel α gentemot x -axeln. Den andra polarisatorns transmissionsriktning är vinkelrät mot den förstas.

- (a) Beskriv hur polarisationstillståndet hos ljuset efter $\lambda/4$ -plattan beror på vinkeln α .
- (b) Hur varierar intensiteten hos ljuset efter den andra polarisatorn som funktion av $\lambda/4$ -plattans rotation (d.v.s. α).

4-70. Den optiskt kunnige och lite händige kan själv bygga en homogen cirkulärpolarisator. En homogen cirkulärpolarisator är en optisk komponent som ger cirkulärpolariserat ljus ut, oberoende av polarisationstillstånd hos det infallande ljuset.

- (a) Visa att Jonesmatrisen $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$ beskriver en homogen cirkulärpolarisator som alltid genererar högercirkulärpolariserat ljus ut (oberoende av polarisationstillstånden hos det infallande ljuset).
Genom att använda två $\lambda/4$ -plattor och en planpolarisator kan en sådan homogen cirkulärpolarisator realiseras.
- (b) I vilken ordning skall de tre komponenterna sättas och hur skall de orienteras relativt varandra? Visa genom att multiplicera ihop motsvarande Jonesmatriser att ovannämnda Jonesmatris erhålles.

4-71. Opolariserat ljus med intensiteten I_0 och effekten P träffar en glasyta ($n = 1.5$) under 30° infallsvinkel. Endast reflektioner i glasplattans första yta behöver beaktas.

- (a) Beräkna polarisationsgraden i det reflekterade ljuset.
- (b) Intensiteten och effekten i det refrakterade ljuset.

- 4-72.** En tjock planparallell kalkspatskiva är skuren med optiska axeln *vinkelrät* mot infallsplanet.

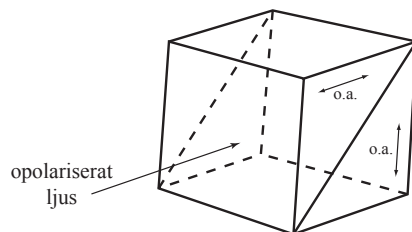
Rita och förklara, med hjälp av Huygens princip, utbredningen av en ljusstråle som faller in i kalkspatskivan under infallsvinkeln 45° .

Delningsplattan var oförsilvrad. För kalkspat gäller att $n_{eo} < n_o$.

- 4-73.** Ett s.k. Senarmont-prisma gjort av kvarts är beskrivet i vidstående figur.

Beskriv kvalitativt strålgången genom detta prisma.

För kvarts gäller att $n_{eo} > n_o$.



- 4-74.** Opolariserat ljus infaller mot en linjärpolarisator som transmitterar ljus polariserat längs y -axeln. Denna polarisator är vridbar så att dess transmissionsaxel kan bilda en godtycklig vinkel (θ) mot y -axeln. Ljuset som transmitteras genom denna polarisator får därefter falla mot en halvvågspatta med optiska axeln ställd i 45° vinkel mot både positiva x - och y -axeln. Därefter infaller detta ljus mot en linjärpolarisator som transmitterar ljus polariserat längs x -axeln. Beräkna transmissionen av ljus genom detta system av optiska komponenter som funktion av första polarisatorns vridning av transmissionsaxel (θ).

Ge ett uttryck som är giltigt för hela intervallet $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

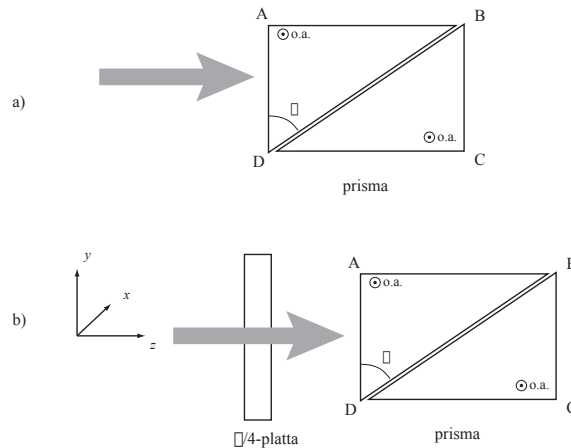
Definiera transmission som kvoten mellan den transmitterade intensiteten och intensiteten hos det infallande opolariserade ljuset.

- 4-75.** En kvartsvågplatta ($\lambda/4$ -platta) placeras mellan två korsade polarisatorer. Opolariserat ljus infaller mot den första polarisatorn.

Härled ett uttryck för intensiteten av det ljus som transmitteras genom systemet som funktion av vinkeln mellan kvartsvågplattans optiska axel ($n_{eo} < n_o$) och första polarisatorns polarisationsplan.

Försumma alla reflektions och absorptionsförluster.

- 4-76.** En kristall i dubbelbrytande material ($n_o = 1.481, n_{eo} = 1.793$) har kluvits med klyvningsvinkeln $\alpha = 34.03^\circ$ och sen sammanfogats till ett prisma med bibehållandet av en luftspalt mellan de två delarna (se fig. a). De yttre ytorna har antireflexbehandlats för att minimera reflektion kring 600 nm ($R = 0$ kring denna våglängd). (OBS! ytorna 'inuti' prisma är inte antireflexbehandlade).



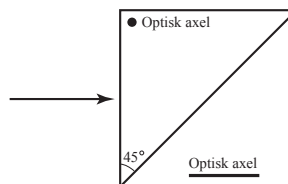
Opolariserat ljus med våglängd kring 600 nm faller in vinkelrätt mot sidan AD.

- Beräkna strålgången genom prisma samt hur stor del av intensiteten som transmittteras i de förekommande strålriktningarna. Se fig. a.
Ljus med våglängden 598.2 nm som är planpolariserat parallellt med y -axeln faller in mot ett optiskt system (se fig. b) som består av en antireflexbehandlad kvartsvågplatta samt ett prisma som i uppgift a. Kvartsvågplattans optiska axel bildar vinkeln Θ med y -axeln.
- Beräkna hur stor del av ljuset som transmittteras i respektive riktning ut ur prisma (som beräknats i uppgift a) som funktion av vinkeln Θ .

- 4-77.** En opolariserad ljusstråle infaller (vinkelrätt) mot ett prisma som består av två rätvinkliga prismor av kvarts som är i kontakt med varandra och vars optiska axlar är orienterade enligt bild.

Beskriv hur den infallande ljuset propagerar igenom prisma.

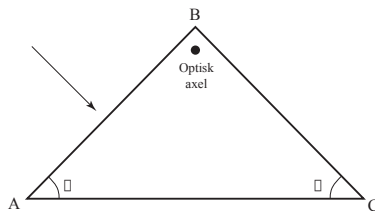
För kvarts gäller att brytningsindex för den ordinära strålen är 1.54424 och för den extraordinära strålen är 1.55335. Ljusets våglängd är 400 nm.



4-78. Figuren visar ett dubbelbrytande kalkspatprisma (sett ovanifrån) skuret på så sätt att två av dessa vinklar är lika, betecknade α , se figur. Optiska axeln ligger vinkelrät med sidoytan AB enligt figur. En parallell stråle av opolariserat ljus infaller vinkelrätt mot sidoytan AB.

- Beräkna för vilken eller vilka vinklar α som det genom sidoytan AC utkommande ljuset är linjärpolariserat. Hur är ljuset linjärpolariserat?
- Beräkna för vilken eller vilka vinklar α som det genom sidoytan BC utkommande ljuset är linjärpolariserat. Hur är ljuset linjärpolariserat?

Rita en figur med tydlig strålgång och med strålarnas polarisationsriktningar väl utsatta. För kalkspat gäller $n_o = 1.6585$ och $n_{eo} = 1.4865$.



4-79. En linjärpolariserad ljusstråle, med vacuumvåglängden 589 nm, infaller under infallsvinkeln noll mot en dubbelbrytande kristall, vars optiska axel är parallel med kristallens planparallella ytor. Svängningsplanet hos det infallande ljuset bildar 45° vinkel med den optiska axeln. Brytningsindex för den ordinära strålen är 1.658 och för den extraordinära 1.486. Absorptionen i kristallen är försumbar.

Beräkna den minsta tjocklek som kristallen skall ha för att den resulterande polarisationen hos det utgående ljuset blir

- plant,
- cirkulärt.

För en viss kristall (med samma tjocklek som i fallet ovan) absorberas 25% av den ordinära strålens intensitet medan den extraordinära strålen passerar opåverkad.

- Vilken vinkel måste kristallen roteras runt ytnormalen för att det utgående ljuset skall bli cirkulärt polariserat?

- 4-80.** Ett planpolariserat elektriskt fält, E^{in} , infaller mot två polarisatorer. Den första har sin polarisationsriktning ställd en vinkel α mot x -axeln medan den andra har sin polarisationsriktning ställd en vinkel $-\alpha$ mot x -axeln. Låt E^{ut} beteckna den transmitterade vågen.

Låt E^{in} vara av formen:

$$E^{\text{in}} = (E_x^{\text{in}} \hat{x} + E_y^{\text{in}} \hat{y}) \cos(\omega t - kz)$$

och E^{ut} av formen:

$$E^{\text{ut}} = (E_x^{\text{ut}} \hat{x} + E_y^{\text{ut}} \hat{y}) \cos(\omega t - kz)$$

- Bestäm det allmänna uttrycket för E_x^{ut} och E_y^{ut} uttryckt i E_x^{in} , E_y^{in} och vinkeln α .
- Beräkna specifikt E_x^{ut} och E_y^{ut} uttryckt i E_x^{in} , E_y^{in} då vinkeln α är 30° .
- Beräkna polarisationsplanet hos det transmitterade ljuset (vinkeln mot x -axeln) då vinkeln α är 30° och då det infallande ljuset:
 - helt är planpolariserat i x -led (d.v.s. då $E_y^{\text{in}} = 0$)
 - helt är planpolariserat i y -led (d.v.s. då $E_x^{\text{in}} = 0$)
 - är planpolariserat i 45° mot x -axeln (d.v.s. då $E_x^{\text{in}} = E_y^{\text{in}}$)

-
- 4-81.** Opolariserat ljus faller under Brewstervinkel mot en kalkspatskiva ($n_o = 1.658$, $n_{eo} = 1.486$) skuren så att optiska axeln är vinkelrät mot infallsplanet.

Bestäm det reflekterade ljusets intensitet.

-
- 4-82.** Opolariserat ljus infaller med 30 graders infallsvinkel mot en yta. Brytningsindex för materialet är 1.44 .

Beräkna polarisationsgraden hos det reflekterade ljuset.

-
- 4-83.** Opolariserat ljus infaller mot ett set av tre stycken polarisatorer. Den första och den tredje står med sina polarisationsaxlar vinkelräta mot varandra. Den andra polarisatorn vrids en vinkel θ gentemot den första.

Teckna ett uttryck för transmissionen i systemet som funktion av θ .

Teckna transmissionen på formen

$$I_T = I_{\text{opol}} a [1 + b \cos(c\theta)]$$

d.v.s. identifiera samtliga tre konstanter a , b och c i uttrycket ovan.

4-84. Högercirkulärpolariserat ljus riktat längs z -axeln passerar först en linjärpolarisator och därefter en $\lambda/4$ -platta. Polarisatorns transmissionsaxel bildar $+45^\circ$ vinkel mot x -axeln. $\lambda/4$ -plattans optiska axel är parallell med y -axeln. Dessutom gäller att $n_{eo} > n_o$.

(a) Vad blir polarisationstillståndet för ljus som transmittteras genom $\lambda/4$ -plattan?

Polarisatorns transmissionsaxel vrids nu $+45^\circ$ (d.v.s. så att den blir parallell med y -axeln).

(b) Vad blir nu polarisationstillståndet för det transmitterade ljuset?

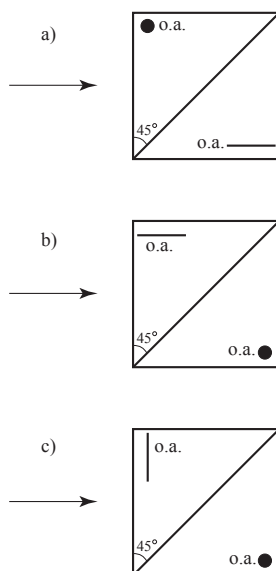
Polarisatorns transmissionsaxel vrids nu ytterligare $+45^\circ$.

(c) Vad blir nu polarisationstillståndet för det transmitterade ljuset?

4-85. En opolariserad ljusstråle infaller vinkelrätt mot ett prisma som består av två rätvinkliga prismor av kvarts i kontakt med varandra. De optiska axlarna i prismorna kan orienteras på ett flertal olika sätt.

Beskriv i detalj hur det infallande ljuset propagerar igenom nedanstående tre prismor.

För kvarts gäller att brytningsindexär för den ordinära strålen 1.54424 och för den extraordinära strålen 1.55335. Ljusets våglängd är 400 nm.



4-86. Polarisationsplanet hos linjärpolariserat ljus kan vridas genom att låta det passera en eller flera polarisatorer ställda med olika vinklar mellan sina transmissionsplan. I detta specifika fall skall polarisationsplanet hos linjärpolariserat ljus vridas 90° . Detta sker genom att ett antal polarisatorer ställs efter varandra på sådant sätt att det blir en konstant vinkel mellan varje på varandra följande polarisatorer. Den första och den sista polarisatorn har polarisationsplan som står i 90° vinkel i förhållande till varandra.

- (a) Beräkna transmissionen hos systemet om N polarisatorer skjuts in mellan den första och den sista polarisatorn.
- (b) Hur många polarisatorer bör man totalt använda för att få maximal ljusintensitet (d.v.s. beräkna $N + 2$)?
Antag att polarisatorerna inte har någon absorption av ljus infallande i polarisationsplanet.
- (c) Hur många polarisatorer bör man totalt använda för att få maximal intensitet (d.v.s. beräkna $N + 2$) om varje polarisator absorberar 1% av allt ljus inkommande i polarisationsplanet. Beräkna den maximala transmissionen.

Förtydligande: Om 2 polarisatorer ($N = 2$) skjuts in mellan den första och den sista polarisatorn (d.v.s. totalt 4 st. i uppställningen) kommer vinkeln mellan två på varandra följande polarisatorers transmissionsriktningar att vara $90^\circ/3$ d.v.s. 30° .

Kapitel 5

Superposition och Interferens

5-1. Fem vågor ger vardera intensiteten 2 mW/m^2 i en punkt.

Bestäm den resulterande intensiteten om

- (a) vågorna är inkoherenta
 - (b) vågorna är koherenta och i fas.
-

5-2. Två vågor med samma utbredningsriktning och frekvens har intensiteterna 2.0 resp 5.0 mW/m^2 i en punkt.

Hur stor är resulterande intensiteten om vågorna är

- (a) koherenta och i fas
 - (b) koherenta med 30° fasskillnad
 - (c) inkoherenta?
-

5-3. Två koherenta vågor med samma utbredningsriktning har de komplexa amplituderna $4 + 2i$ respektive $2 \exp(i\pi/3)$.

Hur stor är den resulterande störningens amplitud?

5-4. En högtalare är ansluten till en tongenerator som är inställd på frekvensen 85 Hz . Genom reflektion mot en vägg 27 m bort bildas en stående våg med en svängningsbuk vid högtalaren.

Hur många intensitetsminima uppfattar ett öra vid en promenad från högtalaren till väggen?

5-5. En våg beskrivs av

$$\psi(x, t) = A \cos[2\pi(\nu t - a)] \sin(2\pi x/\lambda)$$

- (a) Visa att vågen satisfierar den endimensionella vågekvationen. A, ν, λ och a är konstanter.
- (b) Vad beskriver $\psi(x, t)$ för slags vågrörelse och vad är vågens fashastighet och gruppshastighet?

5-6. Två små likadana högtalare är riktade åt samma håll och står på 1 m avstånd i från varandra. De matas med en sinusformad växelspänning från samma oscillator. En lyssnare står 4 m rakt framför den ena högtalaren. När växelspänningens frekvens ökas från ett mycket lågt värde så hör lyssnaren hur ljudintensiteten växelvis minskar och ökar.

- (a) För vilka frekvenser hör han att intensiteten har ett minimum?
- (b) Uppskatta förhållandet mellan den största och den minsta intensiteten.

Antag sfärisk vågutbredning och att inverkan från omgivningen kan försummas. Ljudhastigheten i luften kan sättas till 340 m/s.

5-7. Tre sändare ligger på en linje på avståndet $\lambda/4$ från varandra. Sändare 1 ger intensiteten 10 mW/m^2 , sändare 2 ger 20 mW/m^2 och sändare 3 ger 30 mW/m^2 på 10 km avstånd ($\lambda \ll 10 \text{ km}$).

Beräkna den resulterande intensiteten på 10 km avstånd dels på förbindelselinjen, dels vinkelrätt däremot på en linje som går genom sändare 2 om

- (a) sändarna är koherenta och synkrona
- (b) sändarna är inkoherenta.

5-8. Ett s.k. interferensfilter utgöres av ett tunt genomskinligt skikt av konstant tjocklek som är lätt försilvrat på båda sidorna. Det tunna skiktet är som skydd inbäddat mellan två planparallella glasplattor. Om parallellt ljus infaller vinkelrätt mot ett sådant filter släpps endast några få skarpt avgränsade våglängdsområden igenom. Ett sådant filter där skiktet består av ett material med $n = 1.458$ skall ha maximal genomsläpplighet för våglängderna 400 nm och 500 nm men inte för någon mellanliggande våglängd.

Beräkna skiktthjockleken och övriga synliga våglängder för vilka maximal genomsläpplighet råder.

Reflektioner i glasytorna försummas.

5-9. En Michelsoninterferometer kan användas för att mäta små förändringar i optisk våglängd. En sådan interferometer är utrustad med en He-Ne-laser som ger rött ljus med våglängden $\lambda = 632.8$ nm. Den minsta förändring som kan registreras motsvarar en förskjutning av fransarna med en tiondel av fransavståndet.

- (a) Vilken är den minsta förskjutning hos en av speglarna som kan mätas om interferometern befinner sig i luft?
- (b) Med vilken noggrannhet kan brytningsindex för en gas bestämmas om längden hos den mätvolym som placeras i ena strålen är 200 mm?

5-10. Ett kilformat utrymme mellan två plana glasskivor är fyllt med metanol ($n = 1.329$). Plattorna belyses med Na-ljus ($\lambda = 589$ nm) från en utsträckt ljuskälla och betraktas rakt uppfifrån. Man observerar då ett fransmönster i vilket separationen mellan närliggande fransar är 0.2 mm.

Bestäm kilvinkeln.

5-11. Brytningsindex för en gas är proportionell mot trycket. Ett sätt att uttrycka brytningsindex är $n = 1 + \beta p / 760$ där β är en konstant och p är trycket i torr. En 35 cm lång tryckkammare placeras i ena armen av en Michelsoninterferometer. Kammaren evakueras. Då kammaren sedan sakta fylls med gas till atmosfärstryck, passerar 77 fransar interferensmönstrets centrum. Ljusets våglängd är 650 nm.

- (a) Har fransar skapats eller försvunnit?
- (b) Bestäm β och n för gasen vid atmosfärstryck.
- (c) Hur noggrant kan brytningsindex bestämmas om förskjutningen av mönstret kan bestämmas med en noggrannhet av $1/5$ steg?

5-12. Spegelarna i en luftfylld Fabry-Perot interferometer har reflektansen 0.9 och absorptansen 0.05. Spegelarna separation är 0.01 cm och de belyses med en diffus källa med $\lambda = 500$ nm. Bestäm

- (a) finessfaktorn
- (b) de maximala och minimala transmitterade intensiteterna
- (c) fria spektralvidden och upplösningsförmågan
- (d) radierna för de tre minsta interferensringarna som fås med hjälp av en lins med 100 cm fokallängd.

- 5-13.** Vitt ljus infaller vinkelrätt mot en såphinna. Det reflekterade ljuset har ett interferensmaximum vid 600 nm och ett minimum vid 450 nm, utan något annat minimum mellan dessa våglängder.

Bestäm hinnans tjocklek.

Såpans brytningsindex är 1.33.

- 5-14.** I ett försök med Youngs dubbelspalt används monokromatiskt ljus ($\lambda = 500$ nm). Spalternas separation är 1 mm och deras avstånd till ljuskällan 10 cm. Interferensfransar observeras på en skärm 1 m från spalterna.

(a) Bestäm interferensfransarnas separation.

(b) Hur förändras interferensmönstret om en 0.2 mm tjock glasskiva placeras framför den ena spalten?

- 5-15.** Spegelarna i en Michelsoninterferometer ger 24 ekvidistanta, raka fransar över ett synfält på 3 cm då ljus med våglängden 600 nm används.

Hur är speglarna arrangerade?

- 5-16.** En Michelsoninterferometer ger cirkulära interferensfransar. Den ena spegeln flyttas så att ringarna försvinner in i centrum. Då 850 ringar försvunnit har spegeln flyttats 0.3142 mm.

(a) Ökar eller minskar det relativa spegelavståndet?

(b) Beräkna ljusets våglängd.

- 5-17.** Två planparallella glasplattor har båda en sida noggrant planpolerad och svagt försilvrad ($R = 0.9$). De försilvrade ytorna är parallella och riktade mot varandra så att de utgör ett interferensfilter som skall filtrera ljus med $\lambda = 550$ nm ur vitt ljus ($400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$). Absorptionen är försumbart liten.

(a) Vilken är den högsta interferensordning som kan utnyttjas och hur mycket skall plattorna vara separerade om endast $\lambda = 550$ nm ska transmittas?

(b) Vad blir bandbredden i det transmitterade ljuset? (Antag att bandbredden definieras som totala bredden vid en nivå som motsvarar halva den maximala intensiteten.)

- 5-18.** Ljus från en rubinlaser ($\lambda = 694.3$ nm) faller vinkelrätt mot en rektangulär diamantplatta ($n = 2.624$, $\alpha = 0.13 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$) och den transmitterade intensiteten mäts som funktion av plattans temperatur. Vid en viss temperatur är den transmitterade intensiteten maximal. När temperaturen höjs 100 K passerar intensiteten först ett minimum, därefter ett nytt maximum och stabiliseras slutligen på 0.8 av maxintensiteten.

Bestäm diamantplattans begynnelsejocklek.

- 5-19.** Vid radiokommunikation mellan båtar uppkommer ofta problem p.g.a. interferens mellan det fält som går direkt mellan sändare och mottagare och det som reflekterats mot havsytan. Antag att två båtar befinner sig på avståndet 5 km och den ena båtens sändare och den andra båtens mottagare sitter på 10 m höjd över vattenytan. Vattnet reflekterar 90% av intensiteten vid de våglängder och de vinklar som här är aktuella.

Hur stor blir kvoten mellan den uppmätta intensiteten och intensiteten i enbart det direkta fältet (d.v.s. som det skulle bli om ingenting reflekterats mot havsytan).

Frekvensen är 68 MHz.

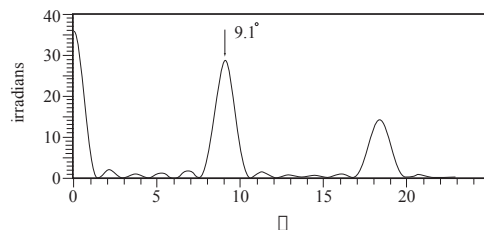
- 5-20.** Strukturen hos en dubbel spektrallinje studeras med en Fabry-Perot interferometer. Våglängden är 475 nm och dublettseparationen 0.0043 nm. För vilket plattavstånd sammanfaller i interferensmönstrets centrum ordning N för den ena komponenten med ordning $N + 1$ för den andra?
-

- 5-21.** En Fabry-Perot-etalong har blivit skadad så att den ena spegelns reflektionskoefficient är nedsatt till $r_1 = 0.50$, medan den andra spegeln bibehållit sin höga reflektivitet $r_2 = 0.95$.

- Bestäm etalongens upplösningsförmåga vid 600 nm om speglarnas separation är 0.1 mm.
 - Skulle den räcka till för att upplösa Na-dubletten (589.0 och 589.6 nm)?
-

- 5-22.** Nedanstående figur beskriver ett interferensmönster. Mönstret erhöles då ett objekt belyses med monokromatiskt parallellt ljus ($\lambda = 632.8$ nm) under normalinfall. θ är vinkeln som den transmitterade strålen bildar relativt objektets mittpunktsnormal.

Bestäm den funktion som beskriver interferensmönstret i nedanstående figur.



- 5-23.** Monokromatiskt ljus från en punktkälla passerar en glasskiva (brytningsindex n , tjocklek d) som befinner sig på avståndet R_1 från källan. Ljuset träffar en skärm parallell med glasskivan och belägen på avståndet R_2 från denna.

Visa att belysningen av skärmen kommer att innehålla interferenscirklar och härled ett uttryck för den N :te cirkelns radie.

5-24. I ett försök med Youngs dubbelspalt används filtrerat vitt ljus i våglängdsområdet 480 – 520 nm. Spalternas separation är 1 mm och deras avstånd till ljuskällan 10 cm. Interferensmönstret observeras på en skärm 1 m från spalterna. Bestäm:

- (a) interferensfransarnas separation
 - (b) det ungefärliga antalet synliga fransar
 - (c) den största utsträckning som källan kan ha för bibehållen god fransvisibilitet.
-

5-25. Man önskar studera emissionsspektret från Xe med användning av en gitterspektrometer. Xe-ljuset ($\lambda_1 = 462.4$ nm, $\lambda_2 = 467.1$ nm) kommer in i spektrometern genom en spalt vars bredd kan varieras, och träffar gittret (under vinkelrätt infall) som är placerat 1.0 m bakom spalten. Gittrets ritsar löper parallellt med ingångsspalten.

Bestäm spaltens bredd då de två Xe-linjerna just är upplösta av ett gitter i andra ordningens spektrum.

För gittret gäller följande: antal ritsar/mm = 600, total bredd = 5 cm.

5-26. Newton-ringar observeras i reflekterat ljus från en lins som ligger på en glasplatta. En kvasimonkromatisk ljuskälla med $\lambda = 500 \pm 10$ nm utnyttjas och ljuset faller vinkelrätt mot glasytorna. Vid den aktuella våglängden är linsens brytningsindex 1.6 och glasplattans 1.4.

- (a) Beräkna visibiliteten för fransarna i centrum av interferensmönstret.
 - (b) Hur ser mönstret ut då linsen först ligger på glaset och sedan lyfts?
 - (c) Hur högt kan linsen lyftas utan att interferensmönstret försvinner helt?
-

5-27. Två identiska vandrande vågor, med samma rörelseriktning, är 90° ur fas. Hur stor är amplituden hos den resulterande vågen, uttryckt i den för de kombinerade vågorna gemensamma amplituden y_m ?

5-28. Vid en utomhuskonsert med bandet Three Groupies står en åhörare (Inge Lomhörd) på betryggande avstånd (100 m). Samtliga tre medlemmar i bandet spelar synkronorgel. Synkronorglar är orglar vars toner är synkront låsta till varandra (i fas). De står på linje med 0.5 meters mellanrum. Vid ett tillfälle i slutet av en fri improvisation slår de alla an en och samma sluttan, nämligen en vars frekvens är 10 000 Hz, under ganska lång tid. Under den tid det tar att låta åhörarna njuta (plågas) av denna ton går Inge Lomhörd därifrån. Han lämnar arenan i en riktning som är vinkelrät mot riktningen till bandet.

Beskriv vad han upplever under de 10 första metrarna av sin promenad.

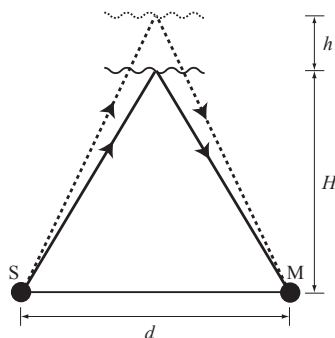
Antag att ljudets hastighet är sådan att det går 1 km på 3 sekunder.

- 5-29.** Två överlagrade harmoniska vågor med samma frekvens ger upphop till en ny harmonisk våg (med samma frekvens som de andra).

Vilken fasskillnad (angiven i både grader och radianer) hos två i övrigt identiska vandrande vågor ger en resulterande våg med 1.4 gånger större amplitud än de ursprungliga vågorna?

- 5-30.** En radiosändare S och en mottagare M är placerade avståndet d ifrån varandra på marken. Den direkta vågen från S visade sig vara i fas med vågen från S reflekterad mot ett horisontellt skikt med altituden H (se figur). Den infallande och reflekterade vågen bildar samma vinkel mot det reflekterande skiktet. När skiktet stiger sträckan h utsläcks signalen vid M. Försumma atmosfärisk absorption.

Härled sambandet mellan d, h, H och våglängden λ .



- 5-31.** Två sinusvågor med samma frekvens och rörelseriktning kombineras.

Bestäm amplituden för den resulterande rörelsen då två sinusvågor med samma frekvens och rörelseriktning kombineras, om deras amplituder är 4.0 respektive 6.0 cm och fasskillnaden är $\pi/2$ rad.

- 5-32.** Tre sinusvågor med samma frekvens utbreder sig åt samma håll längs en sträng. Deras amplituder förhåller sig som $1 : 1/2 : 1/3$, och deras respektive fasvinklar är $0, \pi/2$ och π .

Plotta den resulterande vågformen och bestäm den totala amplituden och fASFaktorn.

- 5-33.** Fyra sinusvågor utbreder sig åt samma håll längs en sträng. Deras frekvenser förhåller sig som $1 : 2 : 3 : 4$, och respektive amplituder som $1 : 1/2 : 1/3 : 1/4$. Vid $t = 0$ och $x = 0$ är första och tredje vågorna 180° ur fas med andra och fjärde.

Plotta den resulterande vågformen vid $t = 0$, och diskutera dess förändring då t ökar.

- 5-34.** Monokromatiskt grönt ljus med våglängden 600 nm belyser två parallella smala spalter 7.9 mm ifrån varandra.

Beräkna diffraktionsvinkeln för andra ordningens ljusa fransar (i radianer så väl som i grader).

- 5-35.** Ljus infaller mot två smala spalter. Bakom dessa bildas ett interferensmönster som består av omväxlande ljusa och mörka band. De ljusa och mörka banden brukar numreras inifrån med början på siffran 0 (noll).

Hur stor är fasskillnaden mellan de vågor från de två spalterna som ger upphov till m :te ordningens mörka fransar?

- 5-36.** Vid ett dubbelspaltexperiment fördubblades avståndet mellan de smala spalterna.

Hur måste avståndet mellan spalterna och bildskärmen ändras för att inte separationen mellan interferensfransarna ska ändras?

Ljusets våglängd förutsätts vara oförändrad.

- 5-37.** Youngs försök (d.v.s. dubbelspalt) utförs med blå-grönt ljus (våglängd 500 nm). Spaltseparationen är 1.2 mm, och bildskärmen är 5.4 m från spalterna.

Hur stort blir avståndet mellan de ljusa fransarna?

- 5-38.** Två smala spalter belyses med natriumljus (våglängd 589 nm).

På vilket avstånd ska två spalter vara från varandra för att ge interferensfransar med 0.020 rad vinkelseparation på en avlägsen skärm?

- 5-39.** En dubbelspalt ger upphov till interferensfransar som är separerade 0.0035 rad vid belysning med natriumljus ($\lambda = 589$ nm).

Vilken våglängd skulle ge 10% större separation av fransarna?

- 5-40.** Mellanrummet mellan två smala spalter är 80 gånger så stort som våglängden av det ljus som passerar spalterna.

(a) Hur stor är vinkelseparationen mellan det centrala maximet och ett angränsande maximum?

(b) Hur stort blir avståndet mellan dessa maxima, om mönstret avbildas på en skärm 70 cm från spalterna?

- 5-41.** Ljus infaller mot två smala spalter. Bakom dessa bildas ett interferensmönster som består av omväxlande ljusa och mörka band.

Vad blir avståndet från centralmaximet till femte maximet, respektive sjunde minimet?

Ljusets våglängd är 546 nm, spaltseparationen är 0.10 mm och avståndet till skärmen där interferensmönstret betraktas är 20 cm?

- 5-42.** Vid ett dubbelspaltexperiment med natriumljus ($\lambda = 589$ nm) erhålls interferensfransar med 0.25° vinkelseparation.

Hur stor skulle vinkelseparationen bli om hela uppställningen nedsänktes i vatten.

- 5-43.** I ett dubbelspaltexperiment är avståndet mellan spalterna 5.0 mm och bildskärmen är placerad 1.0 m bakom spalterna. Två interferensmönster är synliga på skärmen; ett alstrat av ljus med 480 nm våglängd och det andra av ljus med 600 nm våglängd.

Vad är avståndet på skärmen mellan de två mönstrens maxima av tredje ordningen?

- 5-44.** Två smala spalter med 0.15 mm inbördes avstånd ger ett interferensmönster på en skärm 50 cm från spalterna. Avståndet mellan första och tionde maximet på skärmen är 18 mm.

Beräkna ljusets våglängd.

- 5-45.** Ena spalten i en uppställning av Youngs dubbelspaltexperiment täcktes över med en tunn glimmerskiva ($n = 1.58$). Detta ledde till att den sjunde ljusa interferensfransen flyttade sig till det läge som centralmaximet tidigare befann sig i. Ljusets våglängd var 550 nm.

Hur tjock var glimmerskivan?

- 5-46.** En dubbelspaltuppställning producerar ett interferensmönster då den belyses med vitt ljus. Detta består huvudsakligen av ett ljust centralmaxima, flankerat av diffusa olikfärgade svaga sidomaxima. Då en glimmerskiva med brytningsindex 1.6 sätts in framför ena spalten flyttas det centrala maximet en viss sträcka åt vänster. Då experimentet senare upprepas med monokromatiskt ljus ($\lambda = 480$ nm) och utan glimmerskivan, finner man att 30 mörka fransar får plats på sträckan över vilken centrala maximet förflyttades i det första delförsöket.

Hur tjock var glimmerskivan?

5-47. Längst fram i en föreläsningssal belyses en dubbelspalt med ljus från en He-Ne-laser ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$). Ljuset från dubbelspalten reflekteras av en spegel i salens andra ända, på 22 m avstånd, och färdas tillbaka samma sträcka innan det når en bildskärm.

- (a) Vilket avstånd mellan spalterna ger interferensfransar på 12 cm ifrån varandra?
- (b) Vad händer om föreläsaren täcker ena spalten med en tunn genomskinlig plastfolie, så att ljusets våglängd genom folien blir 4.5 våglängder längre än för ett luftskikt av samma tjocklek?

5-48. I ett dubbelspaltexperiment täcks ena spalten över med en tunn glasplatta med brytningsindex 1.4, och den andra av en tunn glasplatta med brytningsindex 1.7. På den punkt på bildskärmen, där det centrala maximet hamnade innan glasplattorna sattes in, återfinns nu femte ordningens maximum. Antag att $\lambda = 480 \text{ nm}$ och att båda plattorna har tjockleken t .

Beräkna t .

5-49. Newtonringar uppstår i ett experiment mellan en sfärisk linsyta och ett planglas. Den tionde ljusa ringen (innifrån räknat) av grönt ljus (546.1 nm) har en diameter på 7.89 mm.

Vad är linsytans krökningsradie?

5-50. I en viss punkt i rummet har tre vågor följande tidsberoende:

$$y_1 = 10 \sin(\omega t)$$

$$y_1 = 15 \sin(\omega t + 30^\circ)$$

$$y_1 = 5 \sin(\omega t - 45^\circ)$$

Addera dessa grafiskt i ett visardiagram. Bestäm det resulterande (totala) tidsberoendet i punkten (på samma form som ovan, dvs $y_{\text{tot}} = y_{\text{max}} \sin(\omega t - \theta)$).

5-51. Två radiosändare, A och B, sänder med 450 m våglängd. Sändaren A's fas ligger 90° före B's. En mottagare är placerad så att avståndet till A är 100 m större än avståndet till B.

Hur stor blir fasskillnaden vid detektorn?

5-52. Ljus med våglängden 600 nm faller in vinkelrätt mot två smala parallella spalter med 0.60 mm inbördes avstånd.

Skissa intensitetsmönstret på en avlägsen skärm som funktion av θ i intervallet $0 \leq \theta \leq 0.0040$ radianer.

- 5-53.** Två vågor med samma frekvens har amplituderna 1.0, respektive 2.0. De interfererar i en punkt där fasskillnaden är 50° .

Hur stor blir den resulterande amplituden?

- 5-54.** S1 och S2 är koherenta, lika starka punktkällor placerade på y -axeln 4.0 m ifrån varandra (den ena i origo). De sänder i fas, och våglängden är 1.0 m. En detektor förflyttas utmed x -axeln med start i origo (vid S1).

- (a) Bestäm läget för första, andra och tredje intensitetsmaximet som detektorn registrerar.
 - (b) Är intensiteten vid första minimet lika med noll? Motivera svaret.
-

- 5-55.** Beräkna summan av $y_1 = 12 \sin(\omega t)$ och $y_2 = 8 \sin(\omega t + 30^\circ)$

- (a) grafiskt, med visardiagram, och
 - (b) analytiskt, med trigonometriska formler.
-

- 5-56.** Halvvärdesbredden $\Delta\theta$ för interferensfransar erhållna med dubbelspalt ges av $\Delta\theta = \lambda/(2d)$, om θ är liten (så att $\sin\theta \approx \theta$).

Visa detta.

- 5-57.** I en dubbelspaltuppställning är ena spalten så pass mycket bredare att dess bidrag till amplituden vid skärmens centrala del är dubbelt så stort som bidraget från den andra spalten.

Härled ett uttryck för interferensmönstrets intensitet I som funktion av vinkeln θ .

- 5-58.** En glaslins i ett kameraobjektiv beläggs med ett tunt skikt med brytningsindex 1.25 för att minimera ytans ljusreflektion.

Vilken är den minsta tjocklek som ger denna effekt, uttryckt i λ , ljusets våglängd i luft?

- 5-59.** Vi vill täcka en plan glasskiva ($n = 1.50$) med ett transparent skikt ($n = 1.25$) så att vinkelrätt infallande ljus med våglängden 550 nm reflekteras minimalt.

Vilken minsta tjocklek behöver skiktet ha?

- 5-60.** En $0.41\ \mu\text{m}$ tjock film i luft belyses med vitt ljus vinkelrätt mot ytan. Filmens brytningsindex är 1.5.

Vilka våglängder inom det synliga området kommer att dominera den reflekterade strålen?

- 5-61.** En läckande tanker åstadkommer en stor fläck av olja ($n = 1.2$) som flyter i ett tunt skikt ovanpå vattnet ($n = 1.3$).

(a) Vilken (vilka) ljusvåglängd (-er) inom det synliga området reflekteras mest mot ytan, om du ser rakt ner på oljefläcken från ett flygplan, och skiktet där har en tjocklek av $460\ \text{nm}$?

(b) Vilken (vilka) ljusvåglängd (-er) syns transmitteras mest om du istället, iförd dykarutrustning, betraktar oljefläcken rakt underifrån.

- 5-62.** Ljus med $585\ \text{nm}$ våglängd infaller vinkelrätt mot en tunn ($0.00121\ \text{mm}$) såpfilm ($n = 1.33$) med luft på båda sidor.

Bestäm om filmen ser mörk eller ljus ut, betraktad från en punkt nära ljuskällan.

- 5-63.** En lins beläggs med ett tunt genomskinligt skikt för att minimera reflektionen av rött ljus med våglängden $680\ \text{nm}$ (i luft). Brytningsindex är 1.30 för beläggningsen, och 1.62 för linsen.

Vilken minsta tjocklek krävs?

- 5-64.** Imiterade ädelstenar är ofta gjorda av glas ($n = 1.50$) som är belagt med kiselmonoxid ($n = 2.0$) för att öka ljusreflektionsförmågan.

Hur tjockt behöver beläggningsen vara för att ge maximal reflektion av vinkelrätt infallande ljus med $560\ \text{nm}$ våglängd?

- 5-65.** En såphinna ($n = 1.33$) belyses av vinkelrätt infallande ljus med $530\ \text{nm}$ våglängd.

(a) Beräkna den minsta, och

(b) den näst minsta tjockleken som undertrycker reflektionen.

- 5-66.** En plan monokromatisk ljusvåg infaller vinkelrätt mot en tunn oljefilm som täcker en glasplatta. Ljuskällans våglängd kan varieras steglöst. Man observerar destruktiv interferens i det reflekterade ljuset för våglängderna 500 och $700\ \text{nm}$, men inte för någon våglängd däremellan. Oljans brytningsindex är 1.3 och glasets 1.5.

Hur tjock är oljefilmen?

- 5-67.** Vitt ljus reflekteras mot en jämntjock vinkelrät såpfilm, och vid analys av det synliga reflekterade ljuset finner man ett interferensmaximum för $\lambda = 600$ nm och ett minimum för 450 nm. Inget minimum observeras för någon våglängd däremellan. $n = 1.33$.

Hur tjock är filmen?

- 5-68.** Ett glasfönster med brytningsindex 1.40 ska beläggas med ett tunt skikt med brytningsindex 1.55, så att grönt ljus med $\lambda = 525$ nm släpps igenom i mesta möjliga mån.

- Vilken är den minsta möjliga skiktjockleken som ger den önskade effekten?
 - Varför får man inte något interferensmaximum i det transmitterade ljuset för någon annan våglängd i det synliga området?
 - Får man kraftigt minskad transmission för någon våglängd i det synliga området?
-

- 5-69.** En plan monokromatisk ljusvåg infaller vinkelrätt mot en tunn oljefilm som täcker en glasplatta. Ljuskällans våglängd kan varieras steglöst. Man observerar destruktiv interferens i det reflekterade ljuset för våglängderna 500 och 700 nm, men inte för någon våglängd där emellan. Glasets brytningsindex är 1.5.

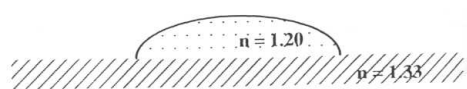
Visa att oljans brytningsindex måste vara mindre än 1.5.

- 5-70.** En tjock glasplatta ($n = 1.50$) är täckt av ett tunt skikt av aceton ($n = 1.25$). Plana ljusvågor faller in vinkelrätt mot skiktet. Man mäter upp det reflekterade ljusets intensitet, och observerar ett minimum för 600 nm och ett maximum för 700 nm våglängd hos det infallande ljuset.

Beräkna acetonskiktets tjocklek.

- 5-71.** En oljedroppe ($n = 1.20$) flyter på en vattenyta ($n = 1.33$) och det reflekterade ljuset observeras från ovan (se figur).

- Ser droppens ytterkant ljus eller mörk ut?
- Ungefär hur tjockt är oljeskiktet där man ser den tredje blå regionen, räknat från kanten?
- Varför försvinner färgerna gradvis då oljeskiktet blir tjockare?



- 5-72.** Monokromatiskt ljus med våglängden λ passerar genom tre olika medier med brytningsindex n_1 , n_2 , och n_3 , placerade i nämnd ordning.

Använd dessa parametrar för att uttrycka mellanskiktets minsta tjocklek om man eftersträvar

- (a) minimal reflektion och $n_1 < n_2 > n_3$,
 - (b) maximal transmission och $n_1 < n_2 > n_3$,
 - (c) minimal reflektion och $n_1 < n_2 < n_3$,
 - (d) maximal transmission och $n_1 < n_2 < n_3$,
 - (e) maximal reflektion och $n_1 < n_2 < n_3$.
-

- 5-73.** Man vill belägga en glasskiva ($n = 1.50$) med ett skikt av magnesiumfluorid ($n = 1.38$) så att reflektionen av ljus med $\lambda = 500$ nm minimeras. Antag att reflexen elimineras fullständigt för ljus av denna våglängd som faller in vinkelrätt mot glasytan.

Beräkna med vilken faktor reflektionen reduceras för ljus med $\lambda = 400$ och 700 nm.

- 5-74.** En bred ljuskälla ($\lambda = 680$ nm) belyser två glasskivor som ligger ovanpå varandra. Glasskivorna är i kontakt med varandra längs ena sidan medan de är separerade längs andra sidan av en tråd med 0.048 mm diameter. Det bildas sålunda en kil av luft mellan skivorna. Skivornas längd är 120 mm. Ljuset infaller vinkelrätt mot skivorna.

Hur många ljusa interferensfransar syns utmed skivornas längd?

- 5-75.** Två glasskivor som ligger ovanpå varandra. Glasskivorna är i kontakt med varandra längs ena sidan medan de är separerade längs andra sidan av en tråd med 0.048 mm diameter. Det bildas sålunda en kil av luft mellan skivorna. Skivornas längd är 120 mm. Vitt ljus infaller vinkelrätt mot skivorna.

- (a) Varför ser man ovanifrån ett mörkt område närmast kanten där skivorna är i kontakt?
 - (b) För vilken våglängd i det synliga spektrat uppträder nästa destruktiva interferens?
 - (c) Vilken färg ser betraktaren där denna interferens inträffar?
-

- 5-76.** En plan glasskiva ($n = 1.5$) placeras ovanpå en plan plasticskiva ($n = 1.2$). Skivorna är i kontakt vid ena sidan. Ett interferensmönstret bestående av 4 ljusa och mörka band ser man rakt ovanifrån då infallande ljus med $\lambda = 600$ nm reflekteras mot skivorna. Skivornas längd är 80 mm.

- (a) Hur stort är mellanrummet vid andra sidan?
 - (b) Hur många mörka fransar ser man om mellanrummet vattenfylls ($n = 1.33$)?
-

- 5-77.** Luften i det kilformade utrymmet mellan två plana glasskivor, som är i kontakt utmed ena sidan, ersätts av en genomskinlig vätska med brytningsindex 1.33.

Vad händer då med avståndet mellan de mörka interferensfransarna som syns då monokromatiskt ljus reflekteras mot ytorna?

- 5-78.** Ljus med 630 nm våglängd faller vinkelrätt in mot en kilformad film av ett material med brytningsindex 1.5. Man ser tio ljusa och nio mörka fransar utmed kilens längd.

Hur mycket ändras filmens tjocklek från kant till kant?

- 5-79.** Två plana glasskivor är sammanfogade så att ett tunt kilformat mellanrum bildas. Då vinkelrätt infallande ljus med 450 nm våglängd reflekteras ser man en serie interferensfransar.

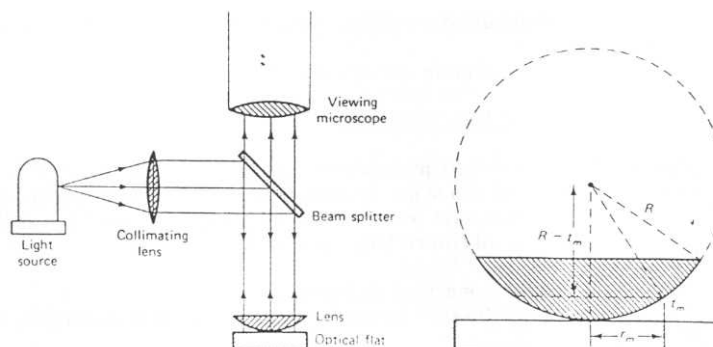
Hur mycket tjockare är mellanrummet vid den sextonde ljusa fransen än vid den sjätte?

- 5-80.** Två plana glasskivor är sammanfogade så att ett tunt kilformat mellanrum bildas. Då vinkelrätt infallande monokromatiskt reflekteras ser man 4001 märka interferensfransar. Då luften mellan skivorna pumpas ut reduceras antalet till 4000.

Använd dessa uppgifter till att beräkna luftens brytningsindex.

- 5-81.** En lins med krökningsradien R vilar på en plan glasskiva, och belyses från ovan av ljus med våglängden λ , enligt figuren. På grund av det varierande avståndet d mellan glasytorna uppstår cirkulära interferensmönster ('Newtonringar').

Beräkna radierna r för cirkulära reflektionsmaxima under antagandet att $r/R \ll 1$.



5-82. I ett försök med Newtonringar (se figuren i uppgiften innan) används en lins med 20 mm diameter och krökningsradien $R = 5.0$ m. Ljusets våglängd är 589 nm.

- (a) Hur många ringar ser man?
- (b) Hur många ringar skulle man se om uppställningen sänktes ner i vatten ($n = 1.33$)?

5-83. En linsytas kurvatur kan bestämmas med hjälp av Newtonringar. I ett sådant försök hade m :te och $m + 20$:e ljusa ringarna radierna 0.162 respektive 0.378 cm. Ljusets våglängd var 552 nm.

Beräkna linsytans krökningsradie.

5-84. Newtonringar bildas i reflektionsmod då en sfärisk yta ligger mot en plan yta och då dessa belyses av monokromatiskt ljus.

Kontrollera om avståndet mellan angränsande ljusa Newtonringar, om $m \gg 1$, ges av:

$$\Delta r = r_{m+1} - r_m \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda R}{m}}$$

5-85. Newtonringar bildas i reflektionsmod då en sfärisk yta ligger mot en plan yta och då dessa belyses av monokromatiskt ljus.

Visa att arean mellan angränsande ljusa Newtonringar (om $m \gg 1$) ges av uttrycket:

$$A \approx \pi \lambda R.$$

5-86. Då ena spegeln i en Michelsoninterferometer förskjuts 0.233 mm registreras 792 interferensfransar av en fotocell.

Beräkna ljusets våglängd.

5-87. Då en tunn film med $n = 1.35$ placeras i ena armen av en Michelsoninterferometer förskjuts interferensmönstret 5.0 fransar.

Hur tjock är filmen, om ljusets våglängd är 550 nm?

5-88. En lufttät 5.0 cm lång kammare med glasfönster placeras i ena armen av en Michelsoninterferometer. Man använder ljus med 500 nm våglängd. Luften pumpas långsamt ur kammaren, och 60 interferensfransar passerar över synfältet.

Beräkna brytningsindex för luft vid atmosfärtryck.

- 5-89.** En Michelsoninterferometer består av en ljusdelare som delar det infallande ljuset i två kopior, gåendes åt olika håll. Dessa två delar får därefter gå i två armar innan de reflekteras tillbaka till stråldelaren, vid vilken de sammanläggs till en total utgångsstråle.

Härled ett uttryck för intensiteten som observeras i en Michelsoninterferometer som funktion av den rörliga spegelns förskjutning.

Mät förskjutningen från den punkt som svarar mot samma (optiska) våglängd för de interfererande strålarna.

- 5-90.** Två koherenta vågor med samma utbredningsriktning har de komplexa amplituderna $4 + 2i$ och $2e^{i\pi/3}$.

Hur stor är den resulterande störningens amplitud?

- 5-91.** Då två harmoniska vågor med samma amplitud och frekvens (50 Hz) interfererar, minskar amplituden från 4 till 3 enheter.

Beräkna färförskjutningen mellan svängningarna uttryckt i tid.

- 5-92.** Två harmoniska vågrörelser med samma amplitud och fashastighet men med olika frekvenser ($\nu_1 \neq \nu_2$) och våglängd ($\lambda_1 \neq \lambda_2$) superponeras.

$$\zeta_1(x, t) = a \cos [2\pi(\nu_1 t - x/\lambda_1)]$$

$$\zeta_2(x, t) = a \cos [2\pi(\nu_2 t - x/\lambda_2)]$$

Ge ett matematiskt uttryck för den resulterande vågen, samt ange dess fashastighet och grupphastighet. Skissera vågens utseende då $|\nu_1 - \nu_2| \ll \nu_1$ och ν_2 .

- 5-93.** Det är i allmänhet en approximation att säga att fashastigheten alltid är densamma för vågor i av olika våglängder i alla material. Fashastigheten, v , för vågor i en viss typ av material är svagt våglängdsberoende och beskrivs ibland ganska väl av uttrycket

$$v = C_1 + C_2 \lambda$$

där C_1 och C_2 är konstanter och λ våglängden.

Bestäm grupphastigheten.

5-94. En lång harmonisk våg

$$\psi(t) = \cos(2\pi\nu_0 t)$$

klipps med hjälp av en Kerrslutare till en kort puls så att

$$\psi(t) = \begin{cases} \cos(2\pi\nu_0 t) & \text{för } |t| \leq \tau/2 \\ 0 & \text{för } |t| > \tau/2 \end{cases}$$

Beräkna den stympade vågens Fouriertransform (d.v.s. vilka frekvenskomponenter den innehåller) och rita den approximativa frekvensfördelningen omkring frekvensen ν_0 .

5-95. En dämpad harmonisk våg kan skrivas

$$\psi(t) = \begin{cases} h \exp(-\frac{\gamma t}{2}) \cos(2\pi\nu_0 t) & \text{för } t \geq 0 \\ 0 & \text{för } t < 0 \end{cases}$$

där amplituden h och dämpningsfaktorn γ är konstanter.

Beräkna Fouriertransformen av denna dämpade våg (d.v.s. bestäm vilka frekvenskomponenter den innehåller). Skissera även intensitetsfördelningen kring frekvensen ν_0 .

5-96. Ett kilformad utrymme mellan två plana glasskivor är fyllt med metanol ($n = 1.329$). Plattorna belyses med Na-ljus ($\lambda = 589$ nm) från en utsträckt ljuskälla och betraktas rakt uppifrån. Man observerar då ett fransmönster i vilket separationen mellan närliggande fransar är 0.2 mm.

Bestäm kilvinkeln.

5-97. Newtons ringar uppkommer som en interferenseffekt då en sfärisk yta ligger mot en plan yta.

Härled ett uttryck för radierna i Newtons ringar.

Inför lämpliga beteckningar själv.

5-98. Vitt ljus infaller vinkelrätt mot en såphinna. Det reflekterade ljuset har ett interferensmaximum vid 600 nm och ett minimum vid 450 nm, utan något annat minimum mellan dessa våglängder.

Bestäm hinnans tjocklek.

Såpans brytningsindex är 1.33.

- 5-99.** I ett försök med Youngs dubbelspalt används monokromatiskt ljus ($\lambda = 500 \text{ nm}$). Spalternas separation är 1 mm och deras avstånd till ljuskällan 10 cm. Interferensfransar observeras på en skärm 1 m från spalterna.
- (a) Bestäm interferensfransarnas separation.
 - (b) Hur förändras interferensmönstret om en $0.2 \mu\text{m}$ tjock glasskiva ($n = 1.60$) placeras framför den ena spalten?
-
- 5-100.** I ett försök med Youngs dubbelspalt används monokromatiskt ljus ($\lambda = 600 \text{ nm}$).
- (a) Hur stor skall separationen mellan två spalter vara för att avståndet mellan interferensfransarna på en skärm 2 m bakom spalterna skall bli 1 mm?
 - (b) Hur mycket förskjuts interferensmönstret om en 0.05 mm tjock glasplatta ($n = 1.5$) placeras framför ena spalten?
-
- 5-101.** Spegelarna i en Michelsoninterferometer ger 24 ekvidistanta, raka fransar över ett synfält på 3 cm då ljus med våglängden 600 nm används. Hur är speglarna arrangerade?
-
- 5-102.** En Michelsoninterferometer ger cirkulära interferensfransar. Den ena spegeln flyttas, så att ringarna försvinner in i centrum. Då 850 ringar försvunnit har spegeln flyttats 0.3142 mm.
- (a) Ökar eller minskar det relativa spegelavståndet?
 - (b) Beräkna ljusets våglängd.
-
- 5-103.** I en Michelsoninterferometer avbildas interferensmönstret med hjälp av en lins med 5 cm brännvidd. Ljusets våglängd är 500 nm.
- Bestäm radien för den 15:e mörka ringen som observeras kring en ljus centralflek när den rörliga spegeln är förskjuten så att strålens väg är 0.1 cm längre än via den fasta spegeln.
-
- 5-104.** Genom att flytta ena spegeln i en Michelsoninterferometer kan man undersöka huruvida en till synes monokromatisk ljusstråle verkligen är monokromatisk, eller om den egentligen består av två (eller flera) närliggande våglängder.
- Bestäm den minsta 'slaglängd' (d.v.s. förskjutning av den rörliga spegeln) i en Michelsoninterferometer som krävs för att instrumentet skall upplösa Na-dublettens linjer ($\lambda = 589.0 \text{ nm}$ och 589.6 nm).
-

- 5-105.** En kollimerad (d.v.s. hophållen samt varken divergent eller konvergent) ljusstråle träffar en planparallell glasplatta under vinkelrätt infall.

Härled ett uttryck för plattans transmittans som funktion av våglängden, λ , brytningsindex n , och plattjocklek d .

- 5-106.** Två planparallella glasplattor har båda en sida noggrant planpolerad och svagt försilvrad ($R = 0.9$). De försilvrade ytorna är parallella och riktade mot varandra så att de utgör ett interferensfilter som skall filtrera ljus med $\lambda = 550$ nm ur vitt ljus ($400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$). Absorptionen är försumbart liten.

- Vilken är den högsta interferensordning som kan utnyttjas och hur mycket skall plattorna vara separerade om endast $\lambda = 550$ nm skall transmittas?
 - Vad blir bandbredden i det transmitterade ljuset? (Antag att bandbredden definieras som totala bredden vid en nivå som motsvarar halva den maximala intensiteten).
-

- 5-107.** Vid optiktillverkning kan man bestämma krökningsradien hos okända glasytor genom att studera den interferens som uppkommer då monokromatiskt ljus belyser linsen då den ligger på en plan glasyta.

- Beräkna krökningsradien hos en svag lins som ger upphov till 120 ljusa interferensringar då den belyses med 633 nm ljus.
Linsens diameter är 6 cm. Det får antas att linsens krökningsradie är mycket större än linsens diameter. Antag för enkelhetens skull att linsens första yta är plan.
 - Hur många ringar ser man då avståndet mellan linsen och den plana passbiten i uppgiften ovan fylles med vatten (brytningsindex 1.33).
-

- 5-108.** Det inkommande ljuset i en Michelsoninterferometer är linjärpolariserat 45° mot papprets plan. Stråldelaren är i detta fall utbytt mot en polariserande stråldelare, som är sådan att allt ljus som är polariserat parallellt med papprets plan transmittas medan den andra polarisationsriktningen reflekteras. I vardera armen finns sedan en $\lambda/4$ -platta placerad. Dess optiska axel ligger 45° mot papprets plan. I den ”utgående armen” finns visare en polaroid, med genomsläppsriktning i 45° mot papprets plan, placerad.

- Hur stor del av den ‘ursprungliga intensiteten’ kommer att komma fram till detektorn?
 - Kommer det att synas något interferensmönster?
-

5-109. Ett antireflexskikt ska tillverkas av MgF_2 ($n = 1.38$) på specialglas ($n = 1.69$). Skiktets tjocklek skall väljas så att reflexen minimeras för 45° infallsvinkel.

- (a) Hur tjockt ska det vara?
- (b) Hur stor blir reflektansen för de bägge polarisationsriktningarna?

Bortse från multipla reflektioner.

5-110. Tre sändare, monterade på en platta, sitter på en linje på avståndet $\lambda/4$ från varandra. 10 km från sändarna ($10 \text{ km} \gg \lambda$) uppmäts följande intensiteter från de tre sändarna då de testas en och en: Intensiteten från sändare 1, I_1 , är 10 mW/m^2 ; Intensiteten från sändare 2, I_2 , är 20 mW/m^2 ; och Intensiteten från sändare 3, I_3 , är 30 mW/m^2 .

- (a) Beräkna den totala intensiteten 10 km från sändarna (rakt framför de tre sändarna) då de alla är påslagna samtidigt under förutsättning att sändarna är synkrona och koherenta (d.v.s. i fas).
 - (b) Därefter vrids plattan där de tre sändarna sitter 90° så att observationspunkten nu istället ligger längs deras förbindelselinje. Vilken intensitet uppmäts då?
 - (c) Vad skulle man uppmäta i dessa två fall om sändarna inte varit helt inkoherenta, dvs utan någon bestämd och fix relation i fas mellan dem?
-

5-111. Tre identiska, koherenta och synkrona sändare, monterade på en platta, sitter på en linje på avståndet $\lambda/4$ från varandra. 10 km rakt framför sändarna (vinkelrätt mot deras sammanbindningslinje) uppmäts intensiteten I_0 .

Hur stor blir intensiteten 10 km bort om plattan där sändarna sitter vrids 30° ?

5-112. På en glasplatta lägges ett tunt papper i vilket det är ett hål. Däröver placeras en annan planparallell glasplatta. Mellan plattorna, i hålet, bildas ett luftskikt. Vinkelrätt mot den övre plattan infaller vitt ljus. Strålarna som reflekteras uppåt vid den undre och den övre sidan av luftskiktet kommer därvid att kunna interferera med varandra och kan i viss fall helt släcka ut varandra. Det reflekterade ljuset betraktas genom en våglängdsseparerade detektor, varvid mörka band syns bl.a. vid våglängderna 667.0 nm och 643.0 nm (men inte för någon våglängd där i mellan).

Beräkna luftskiktets tjocklek.

5-113. Fyra sändare ligger längs en rät linje på det inbördes avståndet d (meter). Sändarna sänder ut synkrona elektromagnetiska vågor med samma effekt och med frekvensen f (Hz). Den resulterande intensiteten observeras på stort avstånd från sändarna.

- (a) I vilken riktning i förhållande till normalen till linjen genom sändarna ligger 1:a minimet? I vilken riktning ligger 1:a ordningens huvudmax?
 - (b) De två mittersta sändarna slutar plötsligt att fungera. I vilken riktning i förhållande till normalen till linjen genom sändarna ligger nu 1:a minimet? I vilken riktning ligger 1:a ordningens huvudmax?
-

5-114. Glas med brytningsindex 1.50 skall beläggas med ett tunt skikt av ett material med brytningsindex 1.65.

Vilken är den minsta tjocklek detta skikt kan ha för att vinkelrätt infallande ljus av våglängden 500 nm skall få minsta möjliga reflektion?

5-115. En tunn fyrkantig cellofanhinna (med brytningsindex 1.51) har ett kilformat tvärsnitt så att dess tjocklek vid två motstående sidor är a_1 och a_2 . Den belyses med ljus från en natriumlampa (våglängd 589 nm). När ljuset infaller vinkelrätt mot hinnan ser man 11 ljusa fransar i det reflekterade ljuset.

Vad kan man säga om a_1 och a_2 ? Kan man säga något om någon av dem, eller eventuellt något om någon kombination av dem? Säg i sådana fall vad som kan sägas.

5-116. På en vattenyta flyter en mycket tunn, jämntjock hinna med terpentin ($n = 1.47$). Den belyses ovanifrån med vitt ljus. Då man betraktar hinnan vid nära vinkelrätt infall ser den gul ut.

- (a) Beräkna den minsta möjliga tjocklek på hinnan.
 - (b) Vilken färg får hinnan sedd underifrån.
-

5-117. Vid ett försök med en Michelsoninterferometer flyttas den rörliga spegeln 0.233 mm varvid man räknar 792 övergångar (ljus-mörker-ljus).

Vilken våglängd har det använda ljuset?

5-118. En Michelsoninterferometer kan användas för att bestämma gasers brytningsindex. I ena strålvägen placeras därvid en gastät cylinder med fönster i båda ändarna. Den gas, vars brytningsindex skall bestämmas, släpps därefter långsamt in i cylindern till dess att trycket blir 1 atm. Vid ett sådant experiment användes ett rör som var 20 cm långt. Man observerade att 174 fransar passerade en punkt på skärmen (fransar = ljusa – mörka – ljusa omslag).

Bestäm gasens brytningsindex om ljuskällan som användes var en laser med våglängden 6328 Å (d.v.s. 632.8 nm).

- 5-119.** En mikrovågsdetektor för detektion av mikrovågor med 21 cm våglängd, emitterade från stjärnor, är belägen vid kanten av en sjö, 0.5 meter över vattenytan. Då en stjärna som emitterar monokromatisk koherent strålning av 21 cm våglängd sakta reser sig över horisonten indikerar detektorn successiva maxima och minima i signalintensiteten.

I vilken vinkel ovanför horisonten befinner sig stjärnan då det första maximumet registreras?

- 5-120.** Man har funnit att punkter på solens yta utsänder elektromagnetisk strålning inom ett flertal våglängdsområden. För att mäta förekomsten av 1 meters strålning (dvs strålning vars våglängd är 1 meter) uppställdes en mottagare i ett 20 meter högt torn vid havsstranden. Mottagaren var inställd på våglängden 1.0 meter. Då solen steg upp ur havet iakttogs ett antal maxima och minima i strålningens intensitet.

Hur många maxima uppträdde medan solen steg 10° över horisonten?

- 5-121.** En Michelsoninterferometer i ett lab. var injusterad så att man såg ett jämnt belyst fält, kvadratisk med sidan 3 cm, då man tittade in mot stråldelaren. Därefter inträder studenten 'Va' Vem Jag (?) i lokalen varvid den ena spegeln inom en kort tid inte längre står som den borde. Dess lutning har blivit ändrad. Efter att 'Va' Vem Jag (?) blivit förpassad ut ur lokalen kan man se att 24 ljusa fransar, parallella med det belysta fältets sidor, framträder. Det använda ljusets våglängd var 600 nm.

Hur stor var den av 'Va' Vem Jag (?) inducerade vinkelförändringen hos spegeln?

- 5-122.** I ett försök med en Lloyds spegel studerar man interferensfenomenet. En monokromatisk ljuskälla S sänder ut ljus med våglängden λ . Det bildade interferensmönstret som bildas på skärmen till höger (på ett avstånd D från objektet, vilket i sin tur är placerat på en höjd av d över spegelns plan) studeras

Beskriv mönstret på skärmen. Ange specifikt för vilka y -värden man får maximal intensitet.

Betrakta spegeln som en glasskiva med hög reflektans. Antag att $d \ll D$.

- 5-123.** En Michelsoninterferometer kan användas för att mäta små förändringar i optisk våglängd. En sådan interferometer är utrustad med en HeNe-laser som ger rött ljus (våglängd 632.8 nm). Den minsta förändring som kan registreras motsvarar en förskjutning av fransarna med en tiondel av fransavståndet.

- (a) Vilken är den minsta förskjutning hos en av speglarna som kan mätas om interferometern befinner sig i luft?
 - (b) Med vilken noggrannhet kan brytningsindex för en gas bestämmas om längden hos den mätvolym som placeras i ena strålen är 20 cm?
-

5-124. Två elektromagnetiska strålningskällor ger var för sig intensiteterna I_0 respektive $2I_0$ i punkten P.

- (a) Mellan vilka värden kommer intensiteten i P att variera om källorna är koherenta och fasdifferensen mellan strålarna som når P varierar?
 - (b) Mellan vilka värden kommer intensiteten i P att variera om strålningskällorna istället är fullständigt inkoherenta?
-

5-125. En lins som utnyttjas i luft skall antireflexbehandlas för ljus med våglängden 500 nm. Den täcks därför med en tunn film. Brytningsindexet för linsmaterialet är 1.4, medan det är 1.2 för filmen. Brytningsindexet för luft kan sättas till 1.00.

- (a) Bestäm den minsta tjocklek som filmen bör ha för att reflektionen skall minimeras.
 - (b) Förklara varför denna intensitet inte är noll.
 - (c) Vad i exemplet bör förändras för att den reflekterade intensiteten skall bli noll. Hur mycket skall denna kvantitet ändras.
-

5-126. Vid försök med Youngs dubbelspalt täcks den ena spalten med en 0.1 mm tjock kvartsplatta. Plattan är skuren så att den optiska axeln är parallell med ytnormalen. Systemet belyses med monokromatiskt opolariserat ljus ($\lambda = 589$ nm). De två spalterna kan anses vara mycket smala. För kvarts, som både är dubbelbrytande och optiskt aktivt, gäller i det aktuella våglängdsområdet: $n_o = 1.54720$, $n_{eo} = 1.55645$, $n_V = 1.54427$, $n_H = 1.54420$.

Bestäm fransvisibiliteten.

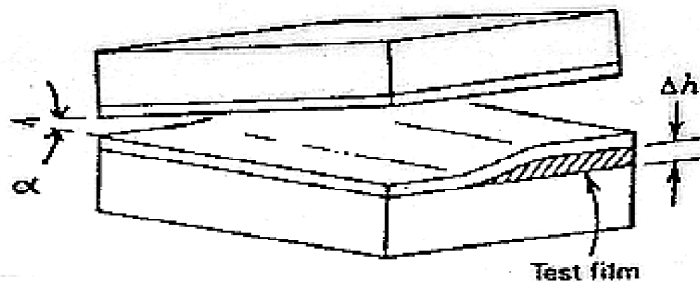
5-127. En Fabry-Perot etalong skall användas som ett reflektionsfilter. Filtret skall reflektera 98% av intensiteten vid $\lambda = 650$ nm, men för övrigt uppvisa minsta möjliga reflektans inom våglängdsområdet 400 – 800 nm. Etalongen består av en glasskiva ($n = 1.7$), med förspeglade ytor. Absorptionen antas vara försumbart liten.

Bestäm ytornas reflektans och glasplattans optimala tjocklek.

5-128. En optisk komponent som består av två parallellt placerade reflekterande ytor kallas ofta en Fabry-Perot etalong. En sådan kan bestå av en glasbit vars sidors reflektionskoefficienter förhöjts, eller av mellanrummet mellan två reflekterande ytor hos två parallellt placerade glasbitar.

- (a) Härled ett uttryck för transmissionen genom en Fabry-Perot etalong.
 - (b) Definiera begreppet finesse.
 - (c) Härled ett uttryck för upplösningsförmågan hos en Fabry-Perot etalong.
-

- 5-129.** Genom mätning av det interferensmönster som bildas i reflekterat ljus från två snedställda plana glasskivor (se figur), kan man bestämma tjockleken hos en tunn film som delvis täcker den ena skivan.



- Beskriv kvalitativt interferensmönstret. Varför väljer man att bestämma tjockleken hos en tunn film genom att studera interferensen mellan två snedställda skivor. Skulle det inte gå lika bra om skivorna vore parallella?
- Härled ett uttryck för filmtjockleken (Δh) i termer av lutningsvinkeln (α), våglängden (λ) och lämpliga storheter i interferensmönstret.

- 5-130.** Ett tunt skikt av en petrolumsort med brytningsindex $n = 1.20$ flyter på en spegelblank sjö ($n = 1.33$ för vattnet). För att bestämma skiktets tjocklek observerar man det i det synliga området (d.v.s. för våglängder λ i intervallet $400 \text{ nm} - 700 \text{ nm}$) dels rakt uppifrån och dels rakt underifrån (under vattenytan). Man finner endast ett reflektionsmaximum (för $\lambda = 552 \text{ nm}$) vid observation uppifrån och endast ett transmissionsmaximum (för $\lambda = 442 \text{ nm}$) vid observations underifrån.

Hur tjockt är skiktet?

- 5-131.** Två parallella spalter belyses med planpolariserat monokromatiskt ljus av våglängden 500 nm . På en skärm 2 meter bokom spalterna observeras interferensfransar som ligger med avståndet 1 mm från varandra.

- Bestäm avståndet mellan spalterna.
- Hur mycket förskjuts interferensmönstret om en fint slipad glasplatta med tjockleken $25.00 \mu\text{m}$ och brytningsindex 1.60 placeras framför den ena spalten?
Då en av spalterna täcks med en ideal polarisatorplatta minskar fransarnas visibilitet från 1.0 till 0.8 .
- Bestäm polarisatorns orientering relativt det infallande ljusets polarisationsriktning.

- 5-132.** Man vill lägga ett tunt skikt av ett lämpligt material på en plan glasyta så att den reflekterade intensiteten blir minimal (antireflexbehandling). Hur tjockt skall skiktet vara och vilket brytningsindex skall det ha?

- 5-133.** I ett försök med Michelsons interferometer var avståndsskillnaden mellan de två armarna $100.0 \mu\text{m}$, linsens fokallängd 150 mm och ljusets våglängd (i luft) 643.8 nm .

Beräkna radierna och ordningsnumren för de två mörka ringarna som låg närmast centrum.

Delningsplattan var oförsilvrad.

- 5-134.** Tre vågor av typen

$$E_i(x, t) = E_{0i} \sin(kx - \omega t + \alpha_i)$$

(där $i = 1, 2$ eller 3) infaller mot en punkt i rummet.

Alla tre vågorna har samma amplitud. De tre vågorna ligger delvis fasförskjutna i förhållande till varandra. Våg 2 ligger 60° efter våg 1. Våg 3 ligger i sin tur 120° efter våg 2. Intensiteten från våg 1 i punkten i rummet är 1 W/m^2 .

- Beräkna intensiteten då alla tre vågorna infaller samtidigt. Därefter ökas amplituden på våg 3 med 50%.
- Beräkna intensiteten i punkten då alla tre vågorna infaller samtidigt. Därefter blockeras våg 1 (våg 3 är fortfarande ökad med 50%).
- Beräkna nu intensiteten i punkten då de två kvarvarande vågorna infaller samtidigt. Därefter blockeras även våg 2.
- Beräkna nu intensiteten i punkten då enbart våg 3 infaller.

- 5-135.** Ljus med 500 nm våglängd infaller mot en luftfylld Fabry-Perot interferometer. Spegelarnas reflektans (R) är 95%. Absorptionen är försumbar. Avståndet mellan speglarna justeras så att fria spektralområdet $\Delta\lambda_{\text{fsr}}$ (d.v.s. avståndet mellan två interferensmaxima) blir 0.005 nm .

- Beräkna avståndet mellan speglarna.
- Hur breda är interferensmaxima uttryckt i nm?
Antag att bredden av ett interferensmaximum bestäms då intensiteten skjunkit till hälften av den maximala intensiteten.
Ljusets våglängd sveps nu kontinuerligt från 500 nm till 400 nm .
- Hur många transmissionsmaxima passeras?

5-136. Ljus bestående av två våglängder (306.56 och 230.00 nm) infaller samtidigt mot en luftfylld Fabry-Perot etalong (skapad mellan två högrelekterande glasplattor). Då etalongen hålles vinkelrätt mot ljusets infallsriktning så transmittas så gott som allt ljus. Etalongen vrids därefter varvid det transmittade ljusets intensitet varierar. Då etalongen vridits 2.8282 grader transmittas återigen så gott som allt ljus (1:a maximet). Luftens brytningsindex är 1.00028 vid 306.65 nm och 1.00032 vid 230.00 nm. Beräkna luftspaltens tjocklek.

5-137. Ett akvarium med glasbotten fylls med vatten. Därefter lägges en kilformad bit av kvarts (med okänd men liten kilvinkel) på botten. Då denna belyses med monokromatiskt ljus uppifrån syns (likaledes uppifrån) ett antal interferensband. Avståndet mellan två interferensband från kvartsbiten uppmätts till 129 μm . Därefter läggs tre liknande bitar (med samma kilvinkel) men av andra optiskt transparenta material vid sidan av kvartsbiten. Då framträder andra interferensmönster. Beräkna avståndet mellan interferensbanden då bitarna består av

- (a) Diamant
- (b) LiF
- (c) Is

Brytningsindex för diamant är 2.42. Brytningsindex för LiF är 1.39. Brytningsindex för is är 1.31. Brytningsindex för vatten är 1.33. Brytningsindex för glaset av vilket akvariet är tillverkat är 1.51. Brytningsindex för kvarts är 1.55.

5-138. Brytningsindex hos en gas kan mätas med hjälp av en Michelsoninterferometer i vilken en gascell har placerats i ena armen. Då gas släpps in i den tidigare evakuerade cellen till ett tryck motsvarande 5 ggr. atmosfärstrycket finner man att 20 mörka och ljusa fransar vandrar förbi på en detektor. Ljusets våglängd är 640 nm och cellens längd är 7 cm.

Beräkna gasens brytningsindex under atmosfärstryck.

5-139. En tunn, stelfrusen oljehinna med tjockleken 0.21 μm ligger ovanpå en glasplatta. Då skiktet belyses rakt ovanifrån med ljus med våglängden 600 nm reflekterar skiktet detta ljus kraftigt.

- (a) Beräkna oljeskiktets brytningsindex om denna tjocklek är den minsta som reflekterar 600 nm ljus. Antag att vi vet att $n_{\text{olja}} < n_{\text{glas}}$.
 - (b) Om nu ytterligare en glasplatta placeras ovanpå den frusna oljefilmen (så försiktigt att oljeskiktets tjocklek inte påverkas) så reflekterar inte längre oljefilmen 600 nm ljus. Varför? Motivera ditt svar.
Om man nu försiktigt trycker ihop de två glasplattorna så att oljeskiktets tjocklek minskar kommer oljefilmen återigen att börja reflektera 600 nm ljus.
 - (c) Bestäm den tjocklek som oljefilmen nu behöver ha för att reflektera 600 nm ljus.
-

5-140. Monokromatiskt ljus med våglängden λ_1 infaller från luft vinkelrätt in mot en glasyta med brytningsindex n_{glas} (brytningsindex för $n_{\text{luft}} \approx 1$).

- (a) Bestäm hur stor del av det infallande ljusets intensitet som reflekteras (d.v.s. beräkna R uttryckt i n_{glas}).

Därefter täcks glasytan av ett tunt lager av ett optiskt transparent material med brytningsindex $n_x < n_{\text{glas}}$. Ytans tjocklek görs en kvarts våglängd tjock (d.v.s. en kvarts optisk våglängd i materialet då ljuset infaller vinkelrätt mot ytan). Detta kommer att fungera som en antireflexbehandling eftersom de reflekterade vågorna kommer 'ur fas', vilket i sin tur innebär att vågorna mer eller mindre släcker ut varandra. En fullgod antireflexbehandling kräver dock inte bara att ytans tjocklek görs en kvarts våglängd tjock, reflektionskoefficienternas inbördes förhållande måste också relateras till varandra.

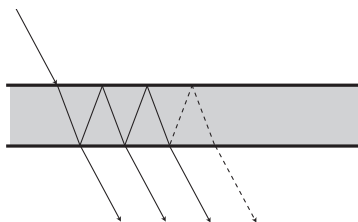
- (b) Bestäm villkoret (d.v.s. relationen mellan n_x och n_{glas}) som skall gälla för att detta tunna lager skall fungera som en optimal antireflexbehandling för ljus med våglängden λ_1 (och sålunda göra reflektionen så liten som möjligt) för vinkelrätt infallande ljus.

Tips:

- Reflektionen är minimal då transmissionen är maximal.
- Uttrycken för transmission och reflektion i en Fabry-Perot etalon kan inte användas i detta fall eftersom ($n_{\text{luft}} < n_x < n_{\text{glas}}$).
- Transmissionsamplitudskoefficienten för multipelreflektion i ett tunt skikt vid vinkelrätt infall kan tecknas:

$$t = t_{01}t_{12} + t_{01}r_{12}r_{10}t_{12} \exp(id) + t_{01}r_{12}r_{10}r_{12}r_{10}t_{12} \exp(2id) + t_{01}r_{12}r_{10}r_{12}r_{10}r_{12}r_{10}t_{12} \exp(3id) + \dots,$$

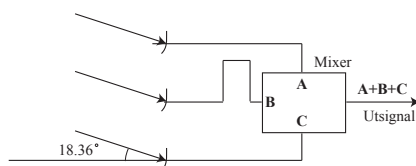
där t_{ij} och r_{ij} är transmissions- och reflektionsamplitudskoefficienterna för transmission och reflektion mellan skikt i och j och där d är fasförskjutningen p.g.a. den extra optiska väglängden vid dubbelpassage genom skiktet. Se figur.



- (c) Bestäm hur stor del av det infallande ljusets intensitet som nu reflekteras (d.v.s. beräkna R).
- (d) Ljus med halva våglängden ($\lambda_2 = \lambda_1/2$) infaller nu mot samma yta. Beräkna hur stor del av det infallande ljusets intensitet som då reflekteras (dvs beräkna R).

5-141. Tre radiovågsantennar tar emot radiovågor med våglängden 21 cm från rymden. Antennerna är via lika långa ledningar förbundna med en mixer vilken kontinuerligt summerar signalamplituderna från de tre antennerna innan en utsignal (proportionell mot kvadraten på summan av signalamplituderna) genereras. Avståndet mellan närliggande antenner är 1 meter och strålningen kommer in i vinkeln 18.36° , se figur.

- Om utsignalen från mixern från radiovågsantenn B (med de andra urkopplade) är I_0 , vad är då signalen då samtliga tre antenner är inkopplade enligt konfigurationen nedan?
- Om avståndet mellan antennerna minskas till 0.5 meter, hur påverkas den totala signalen?



5-142. Tre vågor av typen

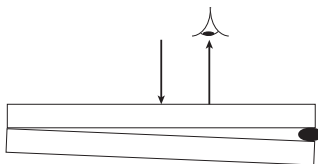
$$E_i(x, t) = E_{0i} \sin(kx - \omega t + \alpha_i)$$

(där $i = 1, 2$ eller 3) infaller mot en punkt i rummet. Våg 1 och 2 har samma amplitud medan våg 3 har en amplitud som är dubbelt så stor. de tre vågorna ligger delvis fasförskjutna i förhållande till varandra. Våg 2 ligger 60° efter våg 1. Våg 3 ligger i sin tur 120° efter våg 2.

Om intensiteten från våg 1 i punkten i rummet är 1 W/cm^2 , beräkna intensiteten då alla tre vågorna infaller samtidigt.

5-143. Två sammanpressade, planpolariserade glasskivor, mellan vilka ett hårstrå har fastnat vid ena sidan så att en luftkil har bildats, se bild, bestrålas med ljus av 500 nm våglängd. Som observatör betraktar man de två glasskivorna uppifrån (d.v.s. parallellt med det infallande ljuset, se figur nedan). Hårstråets diameter är $10 \mu\text{m}$ och glasets brytningsindex är 1.5.

- Beskriv kvalitativt vad som ses.
- Bestäm specifikt hur många mörka respektive ljusa band som totalt kan ses då man betraktar plattorna från långt håll.
- Hur förändras mönstret (kvalitativt) då en vätska med brytningsindex 1.2 (i stället för luft) fyller kilen mellan plattorna. Hur många mörka/ljusa band ses?

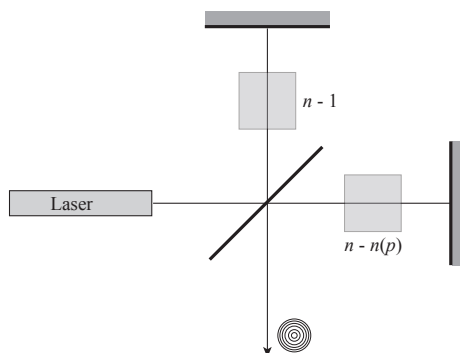


5-144. En Michelsoninterferometer är konstruerad så att de två armarna är av exakt lika längd. I var och en av de två armarna är en gascell. Båda dessa gasceller är från början är lufttomma. Den ena gascellen fylls därefter långsamt med en gas, varvid gasens brytningsindex långsamt ökar. Ljus från en laser av en given våglängd används för att skapa interferensfransar.

- (a) Om cellens längd (i stålens riktning) är 1 dm och laserljusets våglängd är 500 nm, beräkna hur mycket brytningsindex måste ökas (genom insläpp av gas i en av cellerna) för att 40 fransar skall passera i det interferensmönster som observeras på utgången av spektrometern.

Med denna mängd gas i den ena cellen så sveps (ändras) laserljusets våglängd (mot ökande våglängd) så att 10 fransar passerar förbi.

- (b) Beräkna hur långt lasern måste svepas i våglängd för detta.



5-145. Brytningsindex hos en gas kan mätas med hjälp av en Michelsoninterferometer i vilken en gascell har placerats i ena armen. Då gas släpps in i den tidigare evakuerade cellen (till ett tryck motsvarande 5 ggr. atmosfärstrycket) finner man att 20 mörka och ljusa fransar vandrar förbi på en detektor. Ljusets våglängd är 640 nm och cellens längd är 7 cm.

Beräkna gasens brytningsindex (under atmosfärstryck).

5-146. Ljus med 500 nm våglängd infaller mot en Fabry-Perot interferometer. Avståndet mellan speglarna justeras så att fria spektralområdet $\Delta\lambda_{\text{fsr}}$ (d.v.s. avståndet mellan två interferensmaxima) blir 0.005 nm.

- (a) Beräkna avståndet mellan speglarna.
(b) Hur breda är interferensmaxima uttryckt i nm.

Antag att bredden av ett interferensmaximum bestäms då intensiteten skjunkit till hälften av den maximala intensiteten. Spegelarnas reflektans är 95%. Absorptionen är försumbar.

- 5-147.** Ljus från en laser går rakt in (vinkelrätt infall) i och igenom en tunn glassplatta med högpolerade, reflekterande ytor. Glasplattan fungerar därvid som en Fabry-Perot etalong. Lasern sänder ut ljus kring 500 nm inom ett intervall 500 ± 0.25 nm. Glassplattan är 1 mm tjock och gjord av ett glasmaterial med brytningsindex 1.25. Reflektansen hos ytorna är 98%. Beräkna hur många moder som kommer ut ur etalongen, deras våglängdsseparation och deras bredd (bandbredd).
-

- 5-148.** Tre vågor av typen

$$E_i(x, t) = E_{0i} \sin(kx - \omega t + \alpha_i)$$

(där $i = 1, 2$, eller 3) infaller mot en punkt i rummet. Alla tre vågorna har samma amplitud. Två av dem har samma fasfaktor medan den tredje ligger 60° förskjuten i förhållande till de andra två.

Om intensiteten från en enskild våg i punkten i rummet är 1 W/cm^2 , beräkna intensiteten då alla tre vågorna infaller samtidigt.

- 5-149.** En Michelsoninterferometer utnyttjas för att undersöka D-linjen hos en Na-lampa.

Vilken är den minsta spegelförskjutning som krävs av interferometerens ena spegel för att erhålla god upplösning av denna spektrallinje?

D-linjen hos Na består av två lika intensiva spektrallinjer med våglängderna 589.0 nm och 589.6 nm. Motivera svaret med beräkningar.

- 5-150.** Monokromatiskt ljus av två olika våglängder (632 nm och 582 nm) infaller under normalinfall (d.v.s. vinkelrätt) mot en Fabry-Perot interferometer bestående av en glasbit med brytningsindex 1.5. Den transmitterade intensiteten från vardera ljusstrålen detekteras var för sig med hjälp av separata fotodetektorer. En temperaturhöjning i rummet gör att glasbiten långsamt expanderar. Därvid kommer detektorerna att mäta omväxlande hög och låg intensitet.

Glasbiten expanderar till dess att den ena detektorn detekterat hög-låg-hög intensitet tre gånger mer än den andra detektorn (t.ex. om den ena detektorn detekterar hög-låg-hög intensitet 56 gånger så detekterar den andra 59 stycken passager).

Beräkna temperaturutvidgningen av glasbiten (i meter).

- 5-151.** Jose Carreras och Luciano Pavarotti ska uppträda tillsammans i Aula Nordica. Tyvärr kan de inte riktigt komma överens. Varje gång Carreras sjunger en ton med frekvensen 650 Hz, insisterar Pavarotti på att ta tonen 653 Hz, bara för att vara värst. Vad kommer publiken att höra? Jag vill att svaret ska vara såväl kvalitativt som kvantitativt. Försumma komplikationer som reflektioner i väggarna.

Kapitel 6

Diffraktion

- 6-1.** Diffraktionmönster uppkommer bl.a. bakom tunna trådar (om de belyses med monokromatiskt ljus). Vid ett sådant försök används en tråd med tjockleken 0.55 mm.

Hur många ljusa fransar bör man se inom det område på skärmen där det bör vara skugga enligt den geometriska optikens lagar?

Den geometriska skuggan är här 15 mm bred och avståndet tråd-skärm är 2.50 m. (Enligt Huygens princip utgår elementarvågor från kanterna på tråden. Där dessa interfererar konstruktivt erhålles ljusa fransar.)

- 6-2.** En kollimerad laserstråle ($\lambda = 633 \text{ nm}$) träffar under normalincidens en 0.5 mm bred spalt. Diffraktionsmönstret avbildas med hjälp av en lins med 50 cm fokallängd, placerad omedelbart efter spalten.

Bestäm avståndet mellan det första minimet och första sekundärmaximet.

- 6-3.** En radaranläggning för övervakning av flygtrafiken arbetar med våglängden 3.5 cm. Två flygplan befinner sig på 20 km avstånd från anläggningen.

Hur långt ifrån varandra måste flygplanen minst vara för att radarn ska kunna särskilja dem?

Radaranennen är cirkulär och den har diametern 120 cm.

- 6-4.** En dubbelspalt belyses med ljus från en He-Ne-laser och interferensmönstret studeras på en skärm $4.00 \pm 0.01 \text{ m}$ bakom spalten. På skärmen ser man 9 tydliga interferensminima som ligger i en följd och avståndet mellan det första och 9:e minimet uppmäts till $42.5 \pm 0.5 \text{ mm}$. Man ser också att första diffraktionsminimum verkar ligga mitt emellan 5:e och 6:e ordningens interferensmaximum.

(a) Bestäm spaltavståndet med felgränser.

(b) Uppskatta spaltbredden.

- 6-5.** Ett transmissionsgitter bestående av tio lika spalter (bredd 0.2 mm, separation 1.0 mm) belyses under normalincidens med monokromatiskt ljus, $\lambda = 500$ nm.

Beskriv i detalj det resulterande diffraktionsmönstret.

- 6-6.** Parallellt ljus med våglängderna 520 och 550 nm infaller vinkelrätt mot ett plant transmissionsgitter med 3500 ritsar/cm.

- (a) Beräkna vinkelseparationen mellan de två strålarna i tredje ordningens spektrum.
- (b) Vilken är den högsta ordning som innehåller båda våglängderna?
Vid Fraunhoferdiffraktion från en dubbelspalt uppträder 'missing orders'.
- (c) Visa att villkoret för missing order leder till att förhållandet mellan spaltavstånd och spaltvidd är ett rationellt tal.
- (d) Vilka interferensordningar saknas då förhållandet är 2?

- 6-7.** Man vill experimentellt bestämma brytningsindex för en vätska med hjälp av ett gitter och en He-Ne laser. Till detta använder man en plastvanna som på ena kortsidan har en gitterbehållare och på den andra en millimeterskala. Vannan är 400 mm lång och 200 mm bred. Gittret placeras i hållaren och belyses under vinkelrätt infall. När vannan är tom erhålles ljuspunkter vid följande lägen på skalan (alla mått i mm): 9, 57, 100, 143, 190. När vannan fylls med vätskan observerar man ljuspunkter i de nya lägena 46, 74, 101, 127, 154.

Bestäm vätskans brytningsindex.

- 6-8.** Man önskar studera komponenterna i en dubbelstjärna med det inbördes avståndet 10^8 km, belägna 10 ljusår från jorden?

Vad krävs för diameter på objektivlinsen hos ett teleskop för att upplösa dessa komponenter?

Antag $\lambda = 500$ nm.

- 6-9.** Genom en kikare med objektivdiametern 5.00 cm betraktas två små ljuskällor 1 km bort som är belägna i ett plan vinkelrätt mot kikäxeln.

Beräkna avståndet mellan ljuskällorna för att dessa ska synas separerade om Rayleighs kriterium tillämpas.

Räkna med ljusvåglängden 550 nm där ögat har sitt känslighetsmaximum.

- 6-10.** Den stora Andromedagalaxen är en spiralgalax som ligger på ett avstånd av 690 kiloparsek från jorden ($1 \text{ parsek} = 3.26 \text{ ljusår}$). Vid en observation som gjorts med det stora spegelteleskopet vid Palomarobservatoriet kunde man nätt och jämnt upplösa två ljusstarka stjärnor i Andromedagalaxen. Teleskopets öppning är 508 cm.

Hur stort är avståndet mellan de två observerade stjärnorna?

- 6-11.** Ett 1 cm långt gitter används för att separera Na-dublettens linjer i första ordningens spektrum.

- (a) Hur många ritsar måste gittret innehålla?
 - (b) En lins med 2 m fokallängd placeras omedelbart efter gittret. Hur stor blir den linjära separationen mellan dublettens komponenter i tredje ordningens spektrum?
-

- 6-12.** Monokromatiskt ljus faller mot ett gitter som är ritsat så att de diffrakterade strålarna är lika intensiva ($I = 1$) som den centrala strålen. Vinkeln mellan den centrala och den första diffrakterade strålen är 4° .

Bestäm intensiteter och riktningar för alla strålar upp till 8° i det diffraktionsmönster som uppstår när var 5:te rits i det ursprungliga gittret blockeras.

- 6-13.** I en skärm borrar två små hål med diametern 0.05 mm med 1 mm inbördes separation. Hålen belyses med parallellt monokromatiskt ljus, $\lambda = 600 \text{ nm}$. En konvex lins med 1 cm diameter och 50 cm fokallängd placeras 60 cm från hålen.

Vad ser man

- (a) 50 cm bakom linsen?
 - (b) 300 cm bakom linsen?
-

- 6-14.** Ett tunt, bräckligt och delvis transparent föremål skall fotograferas med koherent ljus ($\lambda = 500 \text{ nm}$). Föremålet bärs upp av ett system fina parallella trådar som är separerade 0.02 mm.

Hur gör man för att undvika att trådmönstret avbildas på fotografiet?

- 6-15.** Na-dubletten ($\lambda = 589.0 \text{ nm}$ och 589.6 nm) används vid undersökning av Newtons ringar som bildas mellan en plan yta och en lins, vars avstånd till ytan kan varieras. Man finner att ringarna försvinner för vissa avstånd.

- (a) Bestäm när detta inträffar och beräkna avstånden.
 - (b) Förklara också varför ringmönstret försvinner helt vid stora avstånd.
-

- 6-16.** Då monokromatiskt ljus faller in mot en 0.022 mm bred spalt uppträder det första diffraktionsminimet vid en vinkelavböjning på 1.8° .

Bestäm ljusets våglängd.

- 6-17.** Monokromatiskt ljus med våglängden 450 nm faller in mot en smal spalt. På en skärm 2.5 m bakom spalten ser man ett diffraktionsmönster med 1.7 cm mellan det andra minimet och det centrala maximet.

- (a) Beräkna diffraktionsvinkeln θ för det andra minimet.
- (b) Hur bred är spalten?

- 6-18.** Ljus med 633 nm våglängd faller in på en smal spalt. Vinkeln mellan första minimet på ena sidan om centralmaximet och första minimet på andra sidan är 1.2° .

Hur bred är spalten?

- 6-19.** En enkelspalt belyses med ljus som är en blandning av våglängderna λ_a och λ_b . Dessa våglängder är valda så att det första diffraktionsminimet för λ_a sammanfaller med det andra minimet för λ_b .

- (a) Vad är förhållandet mellan de båda våglängderna?
- (b) Sammanfaller några andra minima för de två komponenterna?

- 6-20.** Avståndet mellan första och femte minimet i ett enkelspalts diffraktionsmönster är 0.35 mm, med skärmen på 40 cm avstånd från spalten och ljus med $\lambda = 550$ nm.

- (a) Beräkna diffraktionsvinkeln θ för det första minimet.
- (b) Hur bred är spalten?

- 6-21.** För en given enkelspalt inträffar första minimet för $\theta = 90^\circ$, dvs hela utrymmet bakom spalten fylls med ljus.

Vad måste förhållandet mellan spaltbredd och våglängd vara för att detta ska inträffa?

- 6-22.** En plan ljusvåg med $\lambda = 590$ nm faller på en spalt med bredden $a = 0.40$ mm. En tunn konvex lins med $f = 70$ cm placeras bakom spalten och fokuserar ljuset på en skärm.

- (a) Hur långt bakom linsen är skärmen?
- (b) Hur stort är avståndet på skärmen mellan diffraktionsmönstrets centrum och första minimet?

- 6-23.** En 1.2 mm bred spalt belyses av ljus med $\lambda = 650$ nm. Diffraktionsmönstret är synligt på en skärm 3.0 m längre bort.

Hur stort är avståndet mellan de två första minima på samma sida om centralmaximet?

- 6-24.** Ljudvågor med frekvensen 3000 Hz diffrakteras av en högtalarlådas 30 cm breda öppning ut i en stor sal. Ljudhastigheten är 343 m/s.

Var har en åhörare som står utmed väggen 100 m från högtalaren störst svårighet att höra ljudet?

- 6-25.** I en anläggning för metalltrådtillverkning kontrolleras trådens tjocklek genom att den får löpa genom ljusstrålen från en He-Ne-laser ($\lambda = 632.8$ nm). Härvid produceras ett likadant diffraktionsmönster som av en enkel-spalt med samma bredd som trådens diameter.

Vad ska avståndet vara mellan de två tionde ordningens minima på vardera sidan om centralmaximet om diffraktionsmönstret projiceras på en skärm 2.5 m från tråden, och den önskade trådtjockleken är 1.20 mm?

- 6-26.** En 0.015 mm bred spalt belyses av ljus med $\lambda = 450$ nm. Diffraktionsmönstret är synligt på en skärm 3.6 m längre bort. Betrakta en punkt 1.0 cm från centralmaximet.

- (a) Beräkna θ .
 - (b) Beräkna förhållandet mellan intensiteten i denna punkt och intensiteten i centralmaximet.
-

- 6-27.** Om man fördubblar en enkelspalts bredd fördubblas E -fältets amplitud och därmed fyrdubblas centralaximats intensitet trots att energiflödet genom spalten endast ökat till det dubbla.

Förklara varför.

- 6-28.** En kollimerad monokromatisk ljusstråle träffar en skärm. P är en punkt på skärmen som ligger utanför den resulterande ljusfläcken. Två hinder placeras i tur och ordning i strålgången på stort avstånd från skärmen: A är en ogenomskinlig skärm med en smal spalt (mycket smalare än strålen), och B är en ogenomskinlig remsa eller tråd med samma bredd som spalten.

Visa med hjälp av superpositionsprincipen att den diffrakterade intensiteten i P blir den samma i båda fallen, dvs de komplementära objekten A och B ger samma diffraktionsmönster (Babinets princip).

6-29. Enkelspalttdiffraktion: Det centrala maximets halvvärdesbredd ('Full Width at Half Maximum', FWHM) definieras som vinkeln (eller positionen) mellan de två punkter där intensiteten är hälften av den i maximets mitt.

- Visa att intensiteten sjunkit till halva maximivärdet då $\sin^2 a = a^2/2$.
- Verifiera att $a = 1.39$ rad (79.7°) är en lösning till ekvationen i a).
- Visa att halvvärdesbredden är $\Delta\theta = 2 \arcsin(0.443\lambda/a)$.
- Beräkna centralmaximets halvvärdesbredd för spalter med bredderna 1, 5, och 10 våglängder.

6-30. Vid enkelspalttdiffraktion ges den diffrakterade intensiteten av

$$I = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \quad \text{där} \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

- Visa, genom derivering det första uttrycket, att villkoret för intensitetsmaxima är $\tan \alpha = \alpha$.
- Bestäm grafiskt eller numeriskt de fem första värdena på α som uppfyller villkoret i a).
- Uttrycket för enkelspaltminima är $a \sin \theta = m\lambda$, $m = 1, 2, 3, \dots$. Vilka värden på m svarar de fem första maxima mot?

6-31. Uttryck för den diffrakterade intensiteten från tre regelbundet ordnade smala spalter kan skrivas

$$I = I_m \frac{1 + 4 \cos \phi + 4 \cos^2 \phi}{9} \quad \text{där} \quad \phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Härled ovanstående uttryck (d är avståndet mellan närbelägna spalter).

6-32. Avståndet mellan strålkastarna på en annalkande bil är 1.45 m. Antag att ögats pupilldiameter är 4.0 mm och ljusets våglängd 550 nm.

- Vilken vinkelseparation krävs för att upplösa strålkastarna, om ögats upplösning begränsas enbart av diffraktionen?
- Vilket avstånd till den mötande bilen svarar detta mot?

6-33. En astronaut i omloppsbana påstår sig nätt och jämnt kunna upplösa två punktkällor på jordytan 160 km under sig. Antag att ögats pupilldiameter är 5.0 mm, ljusets våglängd 540 nm, och att upplösningförmågan är diffraktionsbegränsad.

- Beräkna källornas vinkelseparation.
- Beräkna avståndet mellan dem.

- 6-34.** Avståndet mellan jorden och månen är $3.8 \cdot 10^{-5}$ km.
Vilken separation mellan två punkter på månens yta krävs för att dessa ska kunna upplösas med 5.1-meters-teleskopet på Mount Palomar, om upplösningsförmågan endast begränsas av diffraktionen?
Räkna med $\lambda = 550$ nm.
-
- 6-35.** En vägg i en hörsal är klädd med plattor, i vilka små hål är borrarade med 5.0 mm centrumavstånd.
Vilket är det längsta avstånd på vilket man kan upplösa de individuella hålen med blotta ögat, om synskärpan är begränsad endast av diffraktionen?
Antag att pupilens storlek är 4.0 mm, och ljusets våglängd 550 nm.
-
- 6-36.** En ögonpupill har diametern 5.0 mm.
Hur långt isär måste två små objekt på 260 mm avstånd vara för att det ska vara teoretiskt möjligt för ögat att särskilja dem?
Antag att ljusets våglängd 550 nm.
-
- 6-37.** Planeten Mars ligger ganska långt från jorden med vanliga mått mätt men väldigt nära med astronomiska mått mätt.
Uppskatta det minsta avståndet mellan två objekt på planeten Mars för att det ska vara möjligt att upplösa dem, under ideala förhållanden,
(a) med blotta ögat, och
(b) med 5.1-meters-teleskopet på Mount Palomar.
Antag att avståndet till Mars är $8.0 \cdot 10^7$ km, pupillens diameter = 5.0 mm, och att ljusets våglängd är 550 nm.
-
- 6-38.** Stålmannen säges ha röntgensyn så att han kan se igenom väggar.
Om Stålmannen verkligen hade röntgensyn (t.ex. förmågan att se vid en röntgenvåglängd av t.ex. 0.12 nm), på vilket avstånd skulle han kunna urskilja en skurk, om detta kräver upplösning av detaljer (i t. ex. ansiktet) i storleksordningen 2.5 cm avstånd?
Antag att Stålmannens pupiller är lika stora som dina egna.
-
- 6-39.** En radaranläggning använder mikrovågor med $\lambda = 1.6$ cm. Dess antenn har 2.3 m diameter.
Hur långt ifrån varandra måste två båtar på 6.2 km avstånd åtminstone vara för att kunna särskiljas?
-

6-40. I en föreslagen röntgenlaser med $\lambda = 1.4 \text{ nm}$ är själva lasermediet en tråd med 0.20 mm diameter.

- (a) Hur bred skulle strålen bli på 2500 km avstånd?
- (b) Med vilken faktor skulle intensiteten reducerats på detta avstånd?

6-41. Georges Seurats målningar är uppbyggda av tätt packade punkter ($\approx 2 \text{ mm}$ diameter) av oblandad färg. Betraktade på avstånd flyter punkterna samman och ger avsedda nyanser.

Beräkna på vilket avstånd man behöver stå för att få denna effekt med "ideala" ögon.

Räkna med våglängden 550 nm och pupilldiameter 1.5 mm .

6-42. Ett svängande membran med 50 cm diameter sänder ut ljudvågor under vatten i syfte att detektera ubåtar. På avstånd från källan har ljudintensiteten en fördelning som motsvarar diffraction från ett cirkulärt hål med membranets diameter. Ljudhastigheten i vattnet är 1450 m/s .

- (a) Vad är vinkeln mellan membranets normalriktning och riktningen för första diffraktionsminimet vid 24 kHz frekvens?
- (b) Vad blir denna vinkel om frekvensen 1.5 kHz används istället?

6-43. I juni 1985 riktades en laser ($\lambda = 500 \text{ nm}$) på Hawaii mot rymdfärjan Discovery, som passerade över på 354 km höjd. Centralmaximets bredd vid rymdfärjan var 9 m .

Vad var effektiva storleken på laserns utgångsöppning?

6-44. En spionsatellit på 160 km höjd har ett objektiv med 3.5 m fokallängd, och kan upplösa objekt på marken som är 35 cm isär.

Vad är den effektiva objektivdiameteren, om $\lambda = 550 \text{ nm}$ och endast diffractionen begränsar upplösningen?

6-45. Millimetervågsradar ger smalare strålar än konventionella radaranläggningar:

- (a) Vad blir 'radarlobens' vinkel, räknat mellan första diffraktionsminima på ömse sidor om denna, om 200 GHz millimetervågor används och antennen har 0.55 m diameter?
- (b) Jämför med en mer konventionell radar: $\lambda = 1.6 \text{ cm}$ och antennens diameter $= 2.3 \text{ m}$.

6-46. Vid Allegheny Observatory i Pittsburgh finns ett teleskop med objektivlinsdiametern 76 cm och fokallängden 14 m.

- (a) Vilken vinkelseparation krävs för att två närliggande stjärnor precis ska kunna särskiljas?
- (b) Beräkna avståndet mellan dessa nätt och jämnt upplösta stjärnor, om de båda befinner sig 15 ljusår från jorden.

Vid observation av en ensam stjärna med detta teleskop syns på filmen en ljusfläck omgiven av diffraktionsringar.

- (c) Beräkna den första mörka ringens diameter.

Räkna med $\lambda = 550$ nm, och antag att bildskärpan begränsas enbart av diffraktionen.

6-47. Man kan visa att ett cirkulärt hinder ger upphov till samma diffraktionsmönster som ett cirkulärt hål av samma diameter, utom för $\theta = 0$. Om man har ett stort antal sådana hinder som är slumpvis fördelade, så får man samma diffraktion som från ett enda hinder, eftersom slumpfördelningen 'suddar ut' interferensen mellan hindren. Ett exempel på detta är vattendropparna i dimma.

- (a) Förklara varför man ser en ring runt månen en dimmig natt. Varför är ringen oftast rödaktig?
 - (b) Beräkna vattendropparnas storlek i dimman, om ringen har 1.5 gånger större diameter än månen.
Månens diameter upptar en vinkel av 0.5° på himlen.
 - (c) På vilket avstånd från månen kan man se en blåaktig ring? Ibland är ringarna vita. Varför?
 - (d) Ordningen av färger är motsatt den i en regnbåge. Varför?
-

6-48. I ett fransk-sovjetiskt experiment riktades en rubinlaser ($\lambda = 690$ nm) mot månen via ett teleskop med 1.3 m spegelradie. De utsända ljuspulserna returnerades till jorden av en reflektor, som fungerade som en plan spegel med 10 cm radie. Teleskopet på jorden fokuserade sedan det reflekterade ljuset på en detektor.

Hur stor andel av den utsända ljusenergin nådde fram till detektorn?

Antag att hela ljusenergin var samlad i centralmaximet för båda vägarna.

6-49. I ett försök med en dubbelspalt orsakar spalternas vidd att enveloppens centrala maximum innehåller exakt elva interferensfransar.

Hur många fransar finns mellan enveloppens första och andra minima?

6-50. Monokromatiskt ljus belyser en dubbelspalt.

Hur många interferensfransar ligger inom den centrala diffraktionsenveloppen, om centrumavståndet mellan två smala spalter är lika med tre gånger spalt bredden?

6-51. Monokromatiskt ljus belyser en dubbelspalt. Om man väljer ett centrumavstånd mellan två smala spalter (d) som är lika med spalt bredden (a), d.v.s. $d = a$, övergår dubbelspalten i en enkelspalt med vidden $d = 2a$.

Visa att uttrycket för intensiteten från dubbelspalten härvid övergår i motsvarande enkelspaltuttryck.

6-52. I intensitetsfördelningen från en dubbelspalt saknas femte ordningens interferensfransar.

- (a) Hur förhåller sig spaltseparationen d till spaltens vidd a ?
- (b) Saknas några andra interferensfransar?

6-53. Två spalter med vidden a och med centrumavståndet d belyses av en koherent ljusstråle med våglängden?

Hur stort blir avståndet mellan interferensfransarna på en skärm på avståndet D .

6-54. Monokromatiskt ljus belyser en dubbelspalt.

- (a) Hur många kompletta interferensfransar från en dubbelspalt erhålls inom enveloppens centrala maximum.
Antag att ljusets våglängd är 540 nm, spaltvidden 0.024 mm och centrumavståndet 0.12 mm.
- (b) Hur stort blir förhållandet mellan tredje ordningens interferensfrans och den centrala fransen?

6-55. Ett akustiskt dubbelspaltsystem (spaltseparation d , spaltvidd a) drivs med två högtalare. Genom en fördröjningsledning kan man variera ena högtalarens fas.

Beskriv detaljerat vad som händer med intensitetsfördelningen på stort avstånd då fasskillnaden varierar från 0 till 2π radianer. Ta hänsyn till interferens- såväl som diffraktionseffekter.

6-56. Ett diffraktionsgitter har 220 linjer/mm, och en kraftig diffrakterad stråle erhålls för $\theta = 25^\circ$.

- (a) Vilka är de möjliga våglängderna hos det infallande ljuset?
- (b) Vilka färger motsvarar dessa våglängder?

6-57. Ett gitter har 315 linjer/mm.

För vilka våglängder i det synliga spektrat kan femte ordningens diffraktion observeras?

6-58. Ett diffraktionsgitter har 350 linjer/mm.

Hur många ordningar av hela det synliga spektrat (400 - 700 nm) kan erhållas?

6-59. Ett diffraktionsgitter med bredden 3.0 cm ger avböjningen 33° för andra ordningens diffraktion med $\lambda = 600$ nm.

Vilket är gittrets totala antal linjer?

6-60. Ett diffraktionsgitter som är exakt en centimeter brett har 12 000 parallella spalter. Monokromatiskt ljus som infaller vinkelrätt mot gittret avböjs 35° i första ordningen.

Vilken våglängd har ljuset?

6-61. Ljus med våglängden 600 nm faller in vinkelrätt mot ett diffraktionsgitter och fokuseras sedan på en skärm. Två på varandra följande principalmaxima uppträder med $\sin \theta = 0.2$, respektive $\sin \theta = 0.3$. Fjärde ordningens principalmaximum saknas.

- (a) Hur stor är separationen mellan spalterna?
 - (b) Vilken är den minsta möjliga individuella spaltvidden?
 - (c) Räkna upp alla ordningar som syns på skärmen.
-

6-62. Ett diffraktionsgitter består av 250 nm breda spalter med centrumavståndet 750 nm till angränsande spalter. Monokromatiska plana vågor ($\lambda = 500$ nm) faller in vinkelrätt mot gittret.

- (a) Hur många diffraktionsmaxima får man?
 - (b) Hur bred blir första ordningens maximum om gittret har 1000 spalter?
-

6-63. Ett diffraktionsgitter ska sprida ut det synliga spektrumet över ett vinkelintervall på 20° i första ordningen. Med det synliga spektrat avses här våglängdsintervallet 430 - 680 nm.

Beräkna antalet linjer per mm som behövs detta.

- 6-64.** Ljus från en gasurladdningslampa faller in vinkelrätt mot ett gitter med 1.70 mm mellan angränsande spalters mittpunkter. En framträdande grön linje ger skarpa maxima för diffraktionsvinklarna $-65.0^\circ, -37.1^\circ, -17.6^\circ, 17.6^\circ, 37.3^\circ$ och 65.2° .

Beräkna vilken våglängd för den gröna linjen som bäst stämmer överens med dessa data.

- 6-65.** Ljus infaller mot ett gitter. Villkoret för diffraktionsmaxima från ett gitter är

$$a(\sin \theta_{\text{in}} + \sin \theta_{\text{ut}}) = m\lambda$$

där $m = 0, 1, 2, \dots$ etc och där a är spaltavstånd, θ_{in} ljusets infallsvinkel mot gittrets normal och θ_{ut} den riktning i vilken man tittar.

Härled detta uttryck.

- 6-66.** Ett transmissionsgitter med sett spaltavstånd på 1.40 mm belyses från olika vinklar av ljus med våglängden 560 nm.

Plotta vinkeln θ_{ut} för första ordningens diffraktion som funktion av infallsvinkeln θ_{in} (θ_{in} i intervallet $0^\circ - 90^\circ$).

- 6-67.** Två spektrallinjer har våglängderna λ respektive $\lambda + \Delta\lambda$, där $\Delta\lambda \ll \lambda$.

Visa linjernas vinkelskillnad $\Delta\theta$ i en gitterspektrometer approximativt ges av uttrycket

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{\left(\frac{d}{m}\right)^2 - \lambda^2}}$$

där d är centrumavståndet mellan angränsande spalter, och m är diffraktionens ordning.

Ökar eller minskar vinkelskillnaden då man går till högre ordning?

- 6-68.** Vitt ljus ($400 \text{ nm} < \lambda < 700 \text{ nm}$) faller in mot ett gitter.

Visa att andra och tredje ordningens spektra alltid överlappar, oavsett storleken på gitterseparationen d .

- 6-69.** Ett gitter uppbyggt av omväxlande genomskinliga och ogenomskinliga remsor med samma bredd.

Visa att alla jämna ordningar (utom $m = 0$) är frånvarande i diffraktionen från ett dylikt gitter.

- 6-70.** Ett gitter har 380 linjer/mm och belyses med vinkelrätt infallande vitt ljus. Ett spektrum syns på en skärm 40 cm från gittret.

Vilket våglängdsintervall passerar genom ett 12 cm brett hål i skärmen, om dess innerkant befinner sig 50 mm från centralmaximet?

- 6-71.** Uttrycket för principalmaximas bredd från ett diffraktionsgitter är

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$$

där N är antalet spalter och d är gitterkonstanten.

Härled detta uttryck.

- 6-72.** D-linjen i natriumspektret är en dubblett med våglängderna 589.0 och 589.6 nm.

Beräkna det lägsta antalet gitterlinjer som behövs för att upplösa denna dubblett i andra ordningens spektrum.

- 6-73.** Ett gitter har 600 linjer/mm och är 5.0 mm brett.

- (a) Vilken är den minsta våglängdsskillnad som kan upplösas i tredje ordningen vid $\lambda = 500$ nm?
 - (b) Hur många högre ordningar kan observeras?
-

- 6-74.** En gasurladdningslampa innehållande en blandning av väte och deuterium emitterar två röda linjer med $\lambda = 656.3$ nm och $\Delta\lambda = 0.18$ nm.

Hur många spalter behöver ett gitter minst ha för att kunna upplösa linjerna i första ordningen?

- 6-75.** Ljus infaller mot ett diffraktionsgitter.

- (a) Hur många linjer måste ett 4.0 cm brett gitter ha för att kunna upplösa våglängderna 415.496 och 415.487 nm i andra ordningen?
 - (b) Hur stor blir diffraktionsvinkeln?
-

- 6-76.** Natriumdubbletten (589.0 och 589.6 nm) betraktas i andra ordningens diffraktion från ett visst gitter. Diffraktionsvinkeln är 7° och dubbletten kan nätt och jämnt upplösas.

Beräkna gittrets linjeseparation och totala bredd.

6-77. Ett gitters dispersion kan skrivas som

$$D = \frac{\tan \theta}{\lambda}$$

Visa detta.

6-78. Ett gitter har 40 000 linjer fördelade över bredden 60 cm.

- (a) Hur stor är den förväntade dispersionen D för natriumljus ($\lambda = 589$ nm) i de tre första ordningarna?
 - (b) Hur stor är upplösningen i dessa ordningar?
-

6-79. Ljus sammansatt av två olika våglängder, 500 och 600 nm faller in vinkelrätt mot ett diffraktionsgitter. Man önskar:

- att första och andra ordningens spektra för båda komponenterna ska uppträda med $\theta < 30^\circ$,
 - att dispersionen ska vara så hög som möjligt, och
 - att tredje ordningen ska saknas för $\lambda = 600$ nm.
- (a) Vilken spaltseparation erfordras?
 - (b) Vilken är den minsta möjliga individuella spaltvidden?
 - (c) Räkna upp alla ordningar för vilka $\lambda = 600$ nm syns på skärmen.
-

6-80. Ett diffraktionsgitter består av 250 nm breda spalter med centrumavståndet 750 nm till angränsande spalter. Monokromatiska plana vågor ($\lambda = 500$ nm) faller in vinkelrätt mot gittret.

- (a) Hur många diffraktionsmaxima får man?
 - (b) Hur bred blir första ordningens maximum om gittret har 800 spalter?
 - (c) Beräkna produkten av linjebredd och upplösning i första ordningen.
-

6-81. Vid ett försök med Youngs dubbelspalt observeras diffraktionsmönstret med hjälp av en lins med 50 cm fokallängd. Man finner att de två minima på vardera sidan om nollte ordningens maximum är separerade 1.0 cm och att fjärde ordningens maximum saknas.

Bestäm spalternas bredd och separation. $\lambda = 500$ nm.

6-82. Ett diffraktionsgitter har upplösningen

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

(a) Visa att motsvarande upplösbara frekvensskillnad ges av

$$\Delta\nu = \frac{c}{nM\lambda}$$

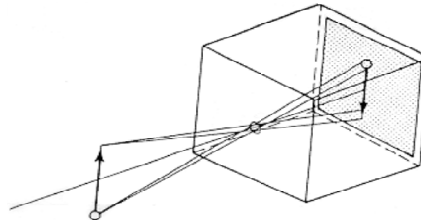
(b) Visa att tidsskillnaden mellan mellan strålarna med längst respektive kortast väg blir

$$\Delta t = \frac{Nd}{c} \sin \theta$$

(c) Visa att $\Delta\nu\Delta t = 1$, oberoende av gitterparametrarna.

Antag $N \gg 1$.

6-83. En hålkamera, med håldiameter d och filmen placerad 10 cm bakom hålet, används för att avbilda en punktformig ljuskälla ($\lambda = 550$ nm) på stort avstånd (se figur).



- Hur stor blir bildpunkten om hålet är så stort att den geometriska optikens lagar kan användas? Skissa bildpunktens storlek som funktion av d .
 - Hur stor blir bildpunkten om hålet är så litet att man får Fraunhofer-diffraktion? Skissa bildpunktens storlek som funktion av d .
 - Uppskatta för vilken håldiameter d man får den skarpaste bilden (minsta bildpunkten).
-

6-84. I ett försök med Youngs dubbelspalt används filtreras vitt ljus i våglängdsområdet 480 - 520 nm. Spalternas separation är 1.0 mm och deras avstånd till ljuskällan 10 cm. Interferensmönster observeras på en skärm 1.0 m från spalterna. Bestäm

- interferensfransarnas separation (för små diffraktionsvinklar),
 - det ungefärliga antalet synliga fransar,
 - den största diameter som källan kan ha för bibehållen god fransvisibilitet.
-

- 6-85.** Villkoret för Fraunhoferdiffraktion är att vågfronten är plan över aperturens utsträckning, dvs den inkommande vågens fas varierar linjärt över aperturen. för ändliga avstånd mellan ljuskälla och apertur blir vågfronten sfärisk och man får Fresnel-diffraktion. Som kriterium för övergången från Fresnel- till Fraunhoferdiffraktion har Lord Rayleigh föreslagit det gränssfall när avvikelser, φ , från faslineariteten över aperturen uppfyller villkoret $\varphi < \pi/4$.

Bestäm med användning av detta kriterium det minsta tillåtna avstånd mellan en monokromatisk punktkälla och en 0.1 mm bred spalt, så att villkoret för Fraunhoferdiffraktion blir satisfierat. Antag $\lambda = 500$ nm.

- 6-86.** En kollimerad (d.v.s. hophållen samt varken divergent eller konvergent) laserstråle ($\lambda = 633$ nm) träffar under normalincidens (d.v.s. under vinkelrätt infall) en 0.5 mm bred spalt. Diffraktionsmönstret avbildas med hjälp av en lins med 50 cm fokallängd, placerad omedelbart efter spalten.

Bestäm avståndet mellan det första minimet och det första sekundärmaximet.

- 6-87.** Ett teleskop skall användas för att upplösa komponenterna i en dubbelstjärna med inbördes avstånd 10^8 km, belägna 10 ljusår från jorden. Antag $\lambda = 500$ nm.

Vad krävs för diameter på objektivlinsen hos teleskopet för att diffraktion inte skall omintorgöra det hela?

- 6-88.** En smal spalt har en triangulär transmissionsfunktion så att dess aperturfunktion, $A(x)$, kan beskrivas enligt:

$$A(x) = 1 - \left| \frac{x}{a} \right|, \quad -a < x < a$$

Beräkna Fraunhoferdiffraktionsmönstret från denna spalt.

- 6-89.** Ett 1 cm långt gitter används för att separera Na-dubblettens linjer i första ordningens spektrum.

- (a) Hur många ritsar måste gittret innehålla?

En lins med 2 m fokallängd placeras omedelbart efter gittret.

- (b) Hur stor blir den linjära separationen mellan dubblettens komponenter i tredje ordningens spektrum?

- 6-90.** Ett transmissionsgitter bestående av tio lika spalter (bredd 0.2 mm, separation 1.0 mm) belyses under normalincidens (vinkelrätt infall) med monokromatiskt ljus, $\lambda = 500$ nm.

Beskriv i detalj det resulterande diffraktionsmönstret.

6-91. Parallellt ljus med våglängderna 520 och 550 nm infaller vinkelrätt mot ett plant transmissionsgitter med 3500 ritsar/cm.

- (a) Beräkna vinkelseparationen mellan de två strålarna i tredje ordningens spektrum.
 - (b) Vilken är den högsta ordning som innehåller båda våglängderna?
Vid Fraunhoferdiffraction från en dubbelspalt uppträder 'missing orders'.
 - (c) Visa att villkoret för missing order leder till att förhållandet mellan spaltavstånd och spaltvidd är ett rationellt tal.
 - (d) Vilka interferensordningar saknas då förhållandet är 2?
-

6-92. Intensiteten i diffraktionsmönstret (Fraunhoferdiffraction) från en spalt med bredden b och transmissionsfunktionen

$$A(x) = 1 - 2 \left| \frac{x}{b} \right| \quad \text{är} \quad I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^4 \quad \text{där} \quad \beta = \frac{kb}{4} \sin \theta$$

Visa detta!

6-93. Ett långt transmissionsmodulerat objekt kan ibland förenklas till en oändlig apertur med lämplig transmissionsfunktion. En sådan transmissionsfunktion är

$$A(x) = 1 + 2 \cos(2\pi x/a)$$

Bestäm diffraktionsmönstret från denna oändliga apertur.

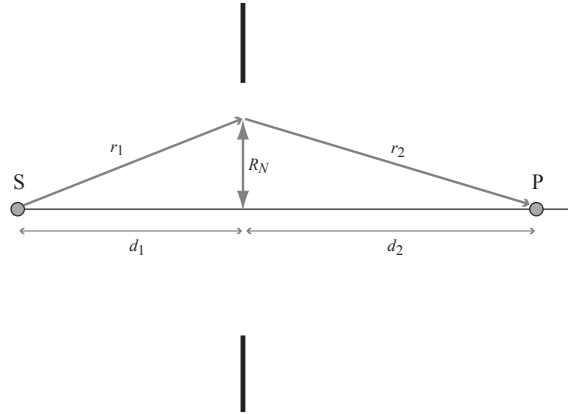
6-94. Ett tunt, bräckligt och delvis transparent föremål skall fotograferas med koherent ljus ($\lambda = 500$ nm). Föremålet bärs upp av ett system fina, parallella trådar, separerade 0.02 mm.

Hur gör man för att undvika att trådmönstret avbildas på fotografiet?

6-95. Na-dubbletten ($\lambda = 589.0$ nm och 589.6 nm) används vid undersökning av Newtons ringar, som bildas mellan en plan yta och en lins, vars avstånd till ytan kan varieras. Man finner att ringarna försvinner för vissa avstånd.

Bestäm när detta inträffar och beräkna avstånden. Förklara också varför ringmönstret försvinner helt vid stora avstånd.

- 6-96.** Figuren visar en cirkulär apertur, som belyses med en punktkälla S. Man önskar bestämma intensiteten i en punkt P på systemets symmetriaxel.



Beräkna följande:

- (a) Radier (R_N) för cirklar inom aperturen, sådana att

$$(r_1 + r_2) - (d_1 + d_2) = \frac{N\lambda}{2}$$

- (b) Storleken av de ytor (s.k. Fresnelzoner) som avgränsas av två närliggande cirklar R_N och R_{N+1} .
- (c) Varje zon inom aperturen kan betraktas som en sekundär källa. Två intilliggande zoner emitterar i genomsnitt koherent ljus som når punkten P 180° ur fas. Härled ett uttryck för den optiska störningen och intensiteten i P.
- (d) Betrakta sedan specialfallen
- oändlig apertur,
 - en apertur vars yta är lika stor som den första zonen,
 - en apertur som täcks av ett jämnt antal zoner.

- 6-97.** Man önskar studera emissionsspektret från Xe med användning av en gitterspektrometer. Xe-ljuset ($\lambda_1 = 462.4$ nm, $\lambda_2 = 467.1$ nm) kommer in i spektrometern genom en spalt vars bredd kan varieras, och träffar gittret, som är placerat 1.0 m bakom spalten. Gittrets ritsar löper parallellt med ingångsspalten.

Bestäm spaltens bredd då de två Xe-linjerna just är upplösta av gittret i andra ordningens spektrum.

För gittret gäller följande: antal ritsar/mm = 600, total bredd = 5 cm.

- 6-98.** En hålkamera är en kamera som i sin enkelhet består av ett litet hål i en låda. På insidan av lådan, mitt emot hålet bildas en bild. Bildens kvalitet beror i hög grad på hålets diameter. Man har att välja på följande hålstorlekar ($130\text{ }\mu\text{m}$, $260\text{ }\mu\text{m}$, $520\text{ }\mu\text{m}$, 1.04 mm och 2.08 mm). Kameran längd är 1 m och ljusets våglängd är 500 nm .

Vilken hålstorlek bör man då välja för att få skarpast bild? Varför?

- 6-99.** En dubbelspalt med spaltbredd a och spaltseparation $3a$ (mittpunkt-savstånd) ger upphov till ett diffraktionsmönster.

Skissa intensitet som funktion av vinkel i detta mönster.

Viktiga detaljer är hur många maxima som har stor intensitet och hur de ligger fördelade. Antag att $a \gg \lambda$ och att $\theta \ll 1$.

- 6-100.** Två avlägsna ljuspunkter ligger 30 cm från varandra. Dessa observeras genom en kikare. Kikarens objektiv täcks därefter av en skärm i vilken det finns en spalt med bredden 1 mm . Därvid kommer diffraktion att begränsa upplösningen.

Hur stort är det största avståndet vid vilket ljuspunkterna kan urskiljas om deras färg är grön?

- 6-101.** En radaranläggning för övervakning av flygtrafik arbetar med våglängden 3.5 cm . Radarantennen är cirkulär och den har diametern 120 cm . Därmed har den (p.g.a. diffraktionseffekter) en ändlig förmåga att upplösa inkommande radarsignaler. Två flygplan befinner sig på 20 km avstånd från anläggningen.

Hur långt ifrån varandra måste flygplanen minst vara för att radarn skall kunna särskilja dem?

6-102. Skissa i ett diagram Fraunhoferdiffraktionsmönstret från en dubbelspalt i det fall då

- (a) centrumavståndet mellan spalterna, d , är lika med dubbla spaltbredden, b , d.v.s. $d = 2b$,
- (b) $d = 5b$.
- (c) Hur inverkar avståndet mellan de två spalterna på det resulterande diffraktionsmönstrets utseende?
- (d) Hur ser detta ut om $b \ll d$.

6-103. Intensitetsfördelningen från en dubbelspalt observeras på en skärm placerad 2.0 meter bakom spalten. Det infallande ljuset är monokromatiskt med våglängden 632.8 nm. Man finner att avståndet mellan de båda interferensminima som ligger närmast centralmaximet (på var sin sida) är 2.0 cm. Dessutom saknas fjärde ordningens interferensmaximum.

- (a) Beräkna spaltavståndet.
- (b) Beräkna spaltbredden och rita ett schematiskt diagram över intensitetsfördelningen.

6-104. En dubbelspalt belyses med ljus från en HeNe laser och interferensmönstret studeras på en skärm 4.00 ± 0.01 m bakom spalten. (Avståndet 4.00 ± 0.01 m kommer från en mätning som forskaren Ganska Noggrann uppmätt: 'Det var svårt att mäta exakt hur långt det var mellan skärm och spalter eftersom tumstocken bara var 2 meter lång och det var svårt att veta hur jag skulle skarva på mitten mitt ute i fria luften. Men, det var ganska precis 4 meter, inte mer än 1 cm mer eller mindre, i alla fall') På skärmen ser man 9 tydliga interferensminima som ligger i en följd. Vår vän Ganska Noggrann får även till uppgift att mäta avståndet mellan det första och det 9:e minimet. 'Denna gång var det lättare', sa han. 'Det var 42.5 mm, men inte mer än möjligen en halv millimeter mer eller mindre'. Det vill säga, avståndet mellan det första och det 9:e minimet var 42.5 ± 0.5 mm. Man ser också att första diffraktionsminimet verkar ligga mitt emellan 5:e och 6:e ordningens interferensmaximum.

- (a) Bestäm spaltavståndet med felgränser.
- (b) Uppskatta spaltbredden

6-105. Parallellt vitt ljus i det synliga området (400 - 700 nm) infaller vinkelrätt mot ett plant transmissionsgitter.

Inom vilka vinkelområden erhålles inte något ljus från gittret?

Gittret har 4000 ritsar per cm.

- 6-106.** Pollenkorn på en glasplatta belyses med en HeNe laser. Laserstrålens diameter är 2.5 mm. På en skärm 1.2 meter från pollenkornen ser man ett ringmönster. Första mörka ringen har en diameter på 34 mm.

Vad har kornen för diameter?

- 6-107.** Plana monokromatiska vågor infaller vinkelrätt mot en dubbelspalt. Avståndet mellan spalterna är 10 gånger större än våglängden, medan spalternas bredd är mycket mindre än våglängden. På en skärm långt bakom spalterna får man mörka och ljusa band.

- (a) Vid vilken vinkel i förhållande till inkommande vågors utbredningsriktning inträffar det första mörka bandet?
 - (b) Vid vilken vinkel inträffar det första mörka bandet, om en tredje lika smal spalt tas upp mitt emellan de ursprungliga spalterna?
 - (c) Om man sedan avlägsnar områdena mellan spalterna, vid vilken vinkel kommer då första mörka bandet att inträffa?
-

- 6-108.** Vid ett interferensförsök belyses en dubbelspalt med parallellt ljus från en Cd-lampa, så filtrerad att endast ljus med våglängder längre än 490 nm transmittades. Ljuset fokuserades på en skärm på 2.0 meters avstånd från spalten. På skärmen syntes två överlagrade interferensmönster, ett grönt och ett rött. Spaltavståndet var $500\ \mu\text{m}$ och spaltbredden var $125\ \mu\text{m}$. Vid ett interferensförsök belyses en dubbelspalt med parallellt ljus från en Cd-lampa, så filtrerad att endast ljus med våglängder längre än 490 nm transmittades. Ljuset fokuserades på en skärm på 2.0 meters avstånd från spalten. På skärmen syntes två överlagrade interferensmönster, ett grönt och ett rött. Spaltavståndet var $500\ \mu\text{m}$ och spaltbredden var $125\ \mu\text{m}$.

- (a) Hur många interferensmax syntes inom det centrala diffraktionsmaximet för grönt respektive rött ljus?
 - (b) Hur många gröna respektive röda interferensmaxima syntes inom avståndet $\pm 20\ \text{mm}$ från centrum av skärmen?
-

- 6-109.** Mitt i en ogenomskinlig skärm finns ett litet cirkulärt hål med diameter 3 mm. Detta hål är upplyst av en plan våg med våglängd 550 nm. En liten ljusdetektor flyttas längs med uppställningens symmetriaxel. På så sätt kan irradiansfördelningen i den diffrakterade strålen mätas. Om detektorn till att börja med är långt från skärmen, och man rör den innåt (mot skärmen), var kommer de tre första lokala maxima och minima i irradians att finnas?
-

6-110. Du får till uppgift att konstruera en Fresnelzonplatta med våglängden 2 m, som ska användas till ljus från en He-Ne-laser (våglängd: 632.8 nm). Först bör du göra en ritning i stor skala med 20 ringar, där varannan ring är svart. Därefter kan denna ritning kopieras till en plastfim i lämplig skala.

- (a) Om radien för den innersta ringen på ritningen är 11.25 cm, med vilken faktor ska ritningen förminskas vid kopieringen?
 - (b) Vad ska den sista zonen på ritningen ha för radie?
-

6-111. En smal spalt belyses med koherent ljus ($\lambda = 650$ nm). En lins, placerad direkt bakom linsen, fokuserar ljuset till ett diffraktionsmönster 2 meter bort. Det centrala intensitetsmaximet på skärmen har en bredd (mätt mellan nollpunkterna) av 10 mm.

- (a) Beräkna spaltbredden.
 - (b) Rita diffraktionsmönstret.
20 sådana spalter bildar nu ett gitter. Spaltavståndet är 2 ggr. spaltbredden.
 - (c) Rita ut och beskriv i ord diffraktionsmönstret från gittret. Markera i figuren skalan i horisontalld på lämpligt sätt.
-

6-112. Ett gitter har 100 linjer.

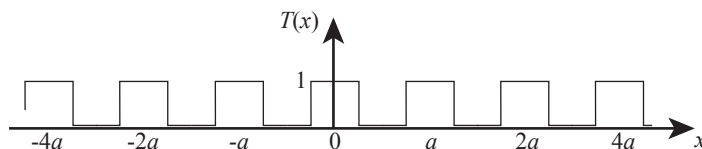
- (a) Bestäm intensitetsförhållandet mellan ett principalmaximum och det första sekundärmaximet.
Ett 2 mm brett gitter, som just upplöser natriumdubletten (589.0 och 589.6 nm) i första ordningen, förses med en lins med 20 cm fokallängd.
 - (b) Hur stor blir den linjära separationen mellan linjerna i andra ordningen?
-

6-113. Vitt ljus träffar under normalinfall (dvs vinkelrätt intfall) en dubbelspalt. I skärmen, på vilken ett komplicerat diffraktionsmönster avbildas (p.g.a. att vitt ljus består av ljus med många olika våglängder), görs ett litet hål och det genom hålet transmitterade ljuset spektralanalyseras (d.v.s. man analyserar vilka våglängder det transmitterade ljuset består av).

Vilka våglängder inom våglängdsintervallet 400–800 nm saknas i spektrumet, om hålet är beläget 3 mm från diffraktionsmönstrets centrum?

Spalterna är mycket smala och avståndet mellan spalt och skärm är 1 m.

- 6-114.** Transmissionsfunktionen $T(x)$ för ett gitter beskrivs av en fyrkantsvåg enligt figur.



Gittret avbildas på en skärm med hjälp av en lins. En bild av gittret bildas därvid på skärmen. I linsens fokalplan (d.v.s. mellan linsen och skärmen) placeras därefter en ogenomskinlig skärm med en spalt, parallell med gittrets ritsar. Spaltens bredd är avpassad så att endast nollte och första ordningens diffraktion bidrar till bilden.

Beskriv i detalj intensitetsfördelningen i den filtrerade bilden.

- 6-115.** Vid konstruktion av ett transmissionsgitter har man apodiserat transmissionen genom ritsarna (d.v.s. ersatt den fyrkantsvåg som beskriver transmissionen genom en rits med en snällare funktion som går kontinuerligt mot noll vid kanterna). I vårt exempel har man lyckats åstadkomma apodisering med en cosinusfunktion. Aperturfunktionen för gittret är:

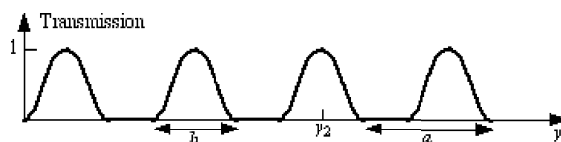
$$A = \frac{1 + \cos\left(2\pi \frac{y-y_i}{b}\right)}{2}$$

för

$$(y_i - b/2) < y < (y_i + b/2) \quad \text{och} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

där b är bredden i y -led på ritsarna som har stor utbredning i z -led och där y_i definierar läget på rits i [vilka ligger förskjutna med avståndet a från varandra (se figur)].

- Bestäm uttrycket som beskriver diffraktionsmönstret efter det apodiserade gittret.
- Visa också att i gränsfallet då b närmar sig a så undertrycks alla principalmaxima utom nollte och första ordningarna.



6-116. Vid ett försök med en enkelspalt observerar man diffraktionsmönstret på en skärm med hjälp av en lins med 50 cm fokallängd.

- (a) Beräkna vinkeln till första minimet för spaltbredderna λ , 5λ och 25λ .
- (b) Beräkna också avståndet på skärmen från huvudmaximum till första minimet.

6-117. Man finner att i Fraunhoferdiffraktionsmönstret från ett gitter så saknas det tredje principalmaximet.

Sök förhållandet mellan spaltseparation och spaltbredd.

6-118. Ett transmissionsgitter skall konstrueras som har vissa speciella egenskaper. Man önskar undertrycka centralmaximet och istället framhäva första principalmaximet på ena sidan. Man försöker göra detta genom att ritsa gittret på en glasplatta som är belagd med ett tunt ogenomskinligt skikt på ena sidan i vilken man ritsar på ett sådant sätt att tjockleken på glasplattan varierar linjärt över varje rits. På detta sätt kan man introducera ett linjärt varierande fasskift över varje rits. Detta ger en aperturfunktion vilken med komplex notation kan skrivas

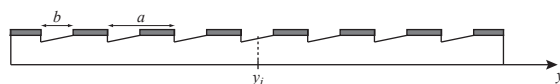
$$A = \exp(i\gamma(y - y_i))$$

för

$$(y_i - b/2) < y < (y_i + b/2) \quad \text{och} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

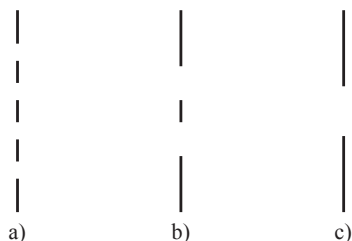
där b är bredden i y -led på ritsarna som har stor utbredning i z -led och där y_i definierar läget på rits i [vilka ligger förskjutna med avståndet a från varandra (se figur)].

Bestäm bredden b och konstanten γ så att gittret fungerar enligt ovan angivet önskemål.



6-119. Ljus med 300 nm våglängd infaller mot fyra smala spalter. Bakom spalten finns en lins. Linsen har en fokallängd på 50 cm. På detta avstånd placeras en skärm. På skärmen syns ett diffraktionsmönster.

- Beskriv diffraktionsmönstret (rita och sätt ut lämpliga enheter) då alla spalter har samma bredd ($1 \mu\text{m}$). Avståndet mellan spalterna (centrum-till-centrum avstånd) är $3 \mu\text{m}$. Se fig. a.
- Därefter tas de $2 \mu\text{m}$ långa mellanrummen mellan spalt 1 och 2 samt mellan spalt 3 och 4 bort så att vi istället får två spalter med en bredd på $4 \mu\text{m}$. Beskriv diffraktionsmönstret från dessa spalter (rita och sätt ut lämpliga enheter). Se fig. b.
- Därefter tas även det sista mellanrummet mellan spalt 2 och 3 bort så att vi får en bred spalt på $10 \mu\text{m}$. Beskriv diffraktionsmönstret från denna spalt (rita och sätt ut lämpliga enheter). Se fig. c.



6-120. Planparallellt monokromatiskt ljus infaller mot en dubbelspalt. Antag att spalternas bredder är b och att deras inbördes avstånd är a . Då bildas ett kombinerat interferens och diffraktionsmönster på ett långt avstånd bakom dubbelspalten vars vinkelberoende ges av

$$I(\theta) = C \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \cos^2 \alpha$$

där C är en ganska ointressant konstant och där α och β är funktioner av a, b, λ (eller k) samt θ .

Detta kan erhållas bl.a. genom att använda uttrycket för E -fältet bakom en enkelspalt (antingen ekvation 16-23 i Pedrotti och Pedrotti, eller ekvation 10.12 i Hecht). Ekvationen från Hecht lyder:

$$E = \frac{E_L}{R} \int_{-b/2}^{b/2} \sin[\omega t - k(R - y \sin \theta)] dy$$

Nu placeras ett par glasbitar framför spaltöppningarna (en framför varje öppning). De två glasbitarna har samma brytningsindex och är lika tjocka. Dock har en av bitarna den egenskapen att den absorberar en viss del av det infallande E -fältets amplitud. Transmissionsamplitudskoefficienten för materialet betecknas η ($0 \leq \eta \leq 1$).

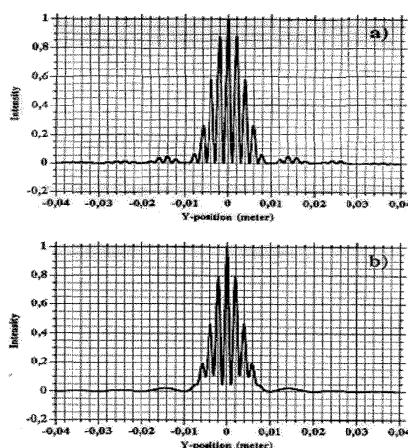
Beräkna det nu uppkomna kombinerade interferens och diffraktionsmönstret långt bakom spalterna (inklusive dess vinkelberoende). Undersök dess riktighet i gränserna $\eta = 0$ och $\eta = 1$.

6-121. Monokromatiskt ljus ($\lambda = 500 \text{ nm}$) från en laser infaller mot en spaltkonfiguration. Det diffrakterade ljuset samlas upp med en lins. Nedan visas två diffraktionsmönster uppmätta i linsens fokalplan ($f = 1 \text{ meter}$).

- (a) Utifrån diffraktionsmönster a) nedan, bestäm spaltantalet, spaltbredden och spaltseparationen. Ge spaltbredd och spaltseparation uttryckta i meter.

Någonting ändras därefter i uppställningen varvid diffraktionsmönster b) uppkommer.

- (b) Beskriv vad som ändrats i uppställningen (kvalitativt såväl som kvantitativt, i den mån det är möjligt).



6-122. Ljus utbreder sig från en punktkälla isotropt i rummet (lika mycket åt alla håll). Vid en viss punkt 10 cm bort uppmäts intensiteten 2 W/m^2 . Man önskar fokusera ljuset m.h.a. en Fresnel lins på sådant sätt att intensiteten i denna punkt ökas till ca 75 W/m^2 . Beskriv hur detta kan låta sig göras med en Fresnel lins (d.v.s. förklara i ord hur den fungerar) och beräkna hur en sådan Fresnel lins kan konstrueras för att skapa detta (d.v.s. hur den kan se ut).

- (a) Gör enkla beräkningar av linsens utseende (beskriv dess form och mått) under antagandet att ljuset som utsänds är monokromatiskt och har våglängden 500 nm .

Antag därvid att linsen först skall placeras på halva avståndet (mitt emellan källa och detektor).

- (b) Gör motsvarande beräkningar under antagande att linsen istället skall placeras 1 cm från källan. Avståndet mellan punktkällan och observationspunkten är fortfarande 10 cm

6-123. Planparallellt ljus infaller mot en cirkulär apertur. Bakom detta, på långt håll, bildas ett diffraktionsmönster som kan beskrivas väl av Franhofer-diffraktion i cirkulär apertur. Aperturens storlek är $20\ \mu\text{m}$. Ljusets våglängd är $500\ \text{nm}$.

- (a) Beräkna i vilken riktning bakom aperturen (på långt avstånd) som första intensitetsminimet uppträder.

Därefter täcks aperturen av en cirkulär platta av ett ogenomskinligt material. Denna platta, koncentriskt placerad i förhållande till aperturen, har en diameter på $16\ \mu\text{m}$.

- (b) Beräkna nu i vilken riktning bakom den kombinerade aperturen (med transmission i regionen $16\mu\text{m} \leq r \leq 20\mu\text{m}$) som första intensitetsminimet uppträder (på långt avstånd).

6-124. Vid ett experiment där diffraktion från olika typer av aperturer studerades erhöles ett antal diffraktionsmönster av olika typer. Experimenten utfördes på följande sätt. En bred laserstråle med $500\ \text{nm}$ våglängd fick belysa ett antal aperturer bestående av ett antal höga men smala ritsar i olika konfigurationer. Diffraktionsmönstern erhöles i fokalplanet från en lins, placerad strax efter de studerade aperturerna.

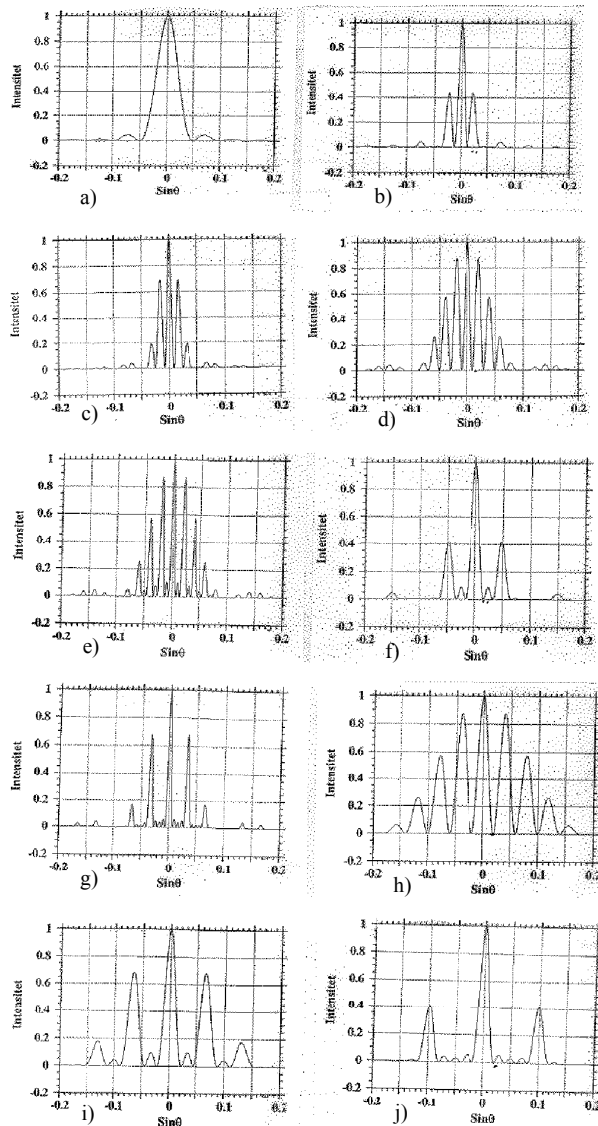
Aperturerna bestod var och en av N ritsar med en spaltbredd b , separerade med ett center-till-center-avstånd på a . Tillgängliga aperturer för försöken hade följande värden på antalet spalter (N), ritsbredd (b) och center-till-center-avstånd (a):

$$N \in \{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$b \in \{0.5, 1, 2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15, 20, 25\}(\mu\text{m})$$

$$a \in \{-, 1, 2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15, 20, 25, 30, 50\}(\mu\text{m})$$

Bestäm vilka aperturer som används i de 10 fall vilkas diffraktionsmönster visas nedan. Med andra ord, för varje diffraktionsmönster, bestäm tillhörande värden på N , a och b bland de tillgängliga ovan.



6-125. Ljus från en monokromatisk, punktformad ljuskälla faller mot en skärm i vilket ett mikroskopiskt stort hål finns. På en film strax bakom skärmen uppträder diffraktionsfenomen. Avståndet mellan punktkällan och skärmen är 2 mm, avståndet mellan filmen och skärmen är 1 mm, aperturans diameter är $100\ \mu\text{m}$ och ljusets våglängd är $470\ \text{nm}$.

- Får vi Fraunhofer Diffraction eller Fresnel Diffraction. Motivera ditt svar.
- Om aperturans storlek långsamt minskar till dess att den försvinner, hur många gånger blir det ljus och mörkt i mitten på diffraktionsbilden på filmen.

- 6-126.** Ljus med 550 nm våglängd infaller mot en smal spalt. Bakom spalten finns en lins. Linsen har en fokallängd på 50 cm. På detta avstånd placeras en skärm. På skärmen syns ett diffraktionsmönster.

Beräkna avståndet mellan de två mittersta diffraktionsminima i de två fall då:

- (a) spaltens vidd är $1\text{ }\mu\text{m}$; och
 - (b) spaltens vidd är $8\text{ }\mu\text{m}$.
-

- 6-127.** Monokromatiskt ljus infaller mot en smal spalt, begränsad av två flyttbara rakblad. Bakom spalten, placeras en ihopbrytande lins med fokallängden 100 mm. I fokalplanet, på en 10 mm bred skärm, uppkommer ett interferensmönster bestående av ett skarpt huvudmaxima och ett antal sidomaxima på var sida.

Då 500 nm ljus infaller mot denna slit kan 3 stycken sidomaxima (på var sida av huvudmaximet) klart skönjas på skärmen. Därefter ändras ljusets våglängd så att endast (exakt) 2 stycken sidomaxima ryms på samma skärm.

- (a) Beräkna ljusets våglängd samt spaltens bredd.
Därefter återgår man till 500 nm ljus. Spaltens bredd ändras nu istället till dess att återigen endast (exakt) 2 stycken sidomaxima rymms på samma skärm.
 - (b) Beräkna den nya spaltens bredd.
-

- 6-128.** Ett plant transmissionsgitter (med den relativt stora gitterkonstanten 0.200 mm, varigenom principmaxima i många ordningar syns) belyses vinkelrätt med kollimerat ljus från en HeNe laser (våglängd 632.8 nm). det visar sig att man kan observera maxima svarande mot ordningarna 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, etc..

- (a) Beräkna gitterspalternas bredd.
 - (b) Beräkna vinklarna för 3:e, 6:e samt 9:e principmaxima (vinkeln mot gitternormalen).
 - (c) Rita en figur som tydligt visar intensitetsfördelningen som funktion av vinkeln.
-

- 6-129.** Monokromatiskt ljus med en våglängd på 632 nm infaller mot en smal spalt (bredd 0.5 mm). Bakom spalten utbreder sig ett diffraktionsmönster. Detta samlas upp av en lins och avbildas på en skärm bakom spalten. Linsens placeras direkt efter spalten. Linsens fokallängd är 50 cm. Skärmen placeras i fokalplanet (dvs 50 cm efter skärmen).

Bestäm avståndet på skärmen mellan centrumfläckens maximum och första sidomaximet, samt avståndet på skärmen mellan första och andra sidomaximet.

Kapitel 7

Koherens

- 7-1.** Fullständigt monokromatiskt ljus har också oändlig koherenslängd. Rent fysikaliskt är detta en omöjlighet. Inget ljus är därför fullständigt monokromatiskt.

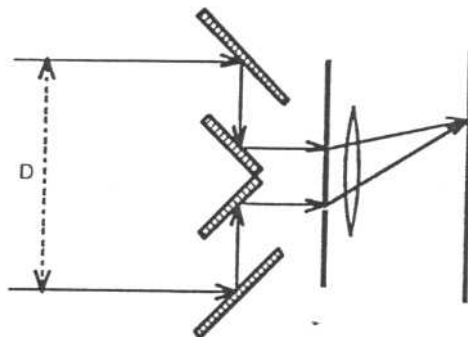
Beräkna koherenslängden för ljus med våglängden $5000 \pm 0.05 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 0.1 \text{ nm}$).

- 7-2.** Ljuset från en laser är extremt koherent. För en viss He-Ne-laser ($\lambda = 633 \text{ nm}$) är koherenslängden 5 km .

Vad är spektralvidden hos detta ljus uttryckt i nm och i Hz?

- 7-3.** I ett försök med Michelsons stellarinterferometer (se figur) finner man att interferensfransarna försvinner när separationen (D) mellan speglarna överskrider 6 m .

Bestäm stjärnans diameter, om dess avstånd till jorden är 50 ljusår och $\lambda = 486 \text{ nm}$.



7-4. Newtonringar observeras i reflekterat ljus från en lins, som ligger på en glasplatta. En kvasimonokromatisk ljuskälla med $\lambda = 500 \pm 10$ nm utnyttjas och ljuset faller vinkelrätt mot glasytorna. Vid den aktuella våglängden är linsens brytningsindex 1.6 och glasplattans 1.4.

- (a) Beräkna visibiliteten för fransarna i centrum av interferensmönstret.
- (b) Hur ser mönstret ut då linsen först ligger på glaset och sedan lyfts?
- (c) Hur högt kan linsen lyftas utan att interferensmönstret försvinner helt?

7-5. Ett vågpakets koherenslängd är den sträcka, utmed vilken vågens faskonstant är oförändrad.

- (a) Hur lång blir koherenslängden om en viss atom sänder ut koherent ljus under $5 \cdot 10^{-9}$ s?
Antag att det emitterade vågpaketet delas upp i två olika strålar med en halvgenomskinlig spegel, och att dessa två strålar återförenas efter att den ena tillryggalagt 5 m och den andra 10 m.
- (b) Kan man observera några interferenseffekter vid återföreningen?

7-6. I ett försök med Youngs dubbelspalt används filtrerat vitt ljus i våglängdsområdet 480 - 520 nm. Spalternas separation är 1 mm och deras avstånd till ljuskällan 10 cm. Interferensmönster observeras på en skärm 1 m från spalterna. Bestäm

- (a) interferensfransarnas separation,
- (b) det ungefärliga antalet synliga fransar,
- (c) den största utsträckning som källan kan ha för bibehållen god fransvisibilitet.

7-7. Vid ett försök med Youngs dubbelspalt (spaltavstånd a) användes en symmetriskt placerad punktkälla. Ljuset från punktkällan var dock livstidsbreddat så att dess E -fält uttryckt i tiden var av formen

$$E(t) = E_0 \exp(-t/T) \cos \omega_0 t$$

där ω_0 representerar ljusets (vinkel)frekvens och T beskriver de olika ljuspulsernas 'livslängd'. Dessa kan anses vara konstanter.

Bestäm fransvisibiliteten hos diffraktionsmönstret som funktion av diffraktionsvinkeln och spaltavståndet.

7-8. En av Jupiters månar har diametern 3170 km och är vid en viss tidpunkt $7.73 \cdot 10^8$ km från jorden. En kontroll mätning av dess vinkeldiameter skall göras.

- (a) Beskriv hur detta kan göras med hjälp av en Michelson Stellar interferometer.
 - (b) Om månen skall studeras i filtrerat ljus med $\lambda = 560$ nm, måttsätt den viktigaste dimensionen i interferometern.
-

7-9. Man försöker observera interferensfransar från två små hål gjorda med en tunn nål i en pappskiva. Avståndet mellan centrum av hålen är 1 mm.

Vid ett första försök håller man hålen framför ögat och tittar mot solen men misslyckas med att se några interferensfransar.

- (a) Vad beror detta på?
- (b) Uppskatta hur stort avståndet mellan hålen maximalt får vara för att interferensfransar ska kunna observeras?
Om man däremot tittar in i en diaprojektor från ett avstånd av 5 meter kan interferensfransar från hålen ovan observeras om en liten cirkulär bländare placeras framför projektorobjektivet.
- (c) Uppskatta hur stor bländaröppningen maximalt får vara för att experimentet skall lyckas?
- (d) Uppskatta vinkelupplösningen i ögat (minsta vinkelseparation mellan två observerade punkter som man måste ha för att se dem som två skilda punkter) om pupillen är 5 mm i diameter och om man antar att ögonlinsen är perfekt (inte har några brytningsfel).
- (e) Verifiera att vinkelseparationen mellan fransarna ovan är tillräckligt stor för att kunna observeras direkt med ögat.

Ljusets våglängd är 600 nm. Avståndet till solen är $1.49 \cdot 10^{11}$ m. Solens radie är $6.96 \cdot 10^8$ m. Hämta eventuella ytterligare uppgifter från lämpligt tabellverk.

7-10. Man önskar sätta upp ett experiment för att se diffraktion från två små hål som belyses med en kvasimonokromatisk inkoherent ljuskälla i form av en spalt där medelvåglängden är 500 nm, spaltbredden betecknas med b , och ljuskällans avstånd till skärmen med de två hålen är 1.5 meter.

Om avståndet mellan hålen är 0.50 mm, hur bred får då ljuskällan vara om visibiliteten för interferensfransarna från hålen på observationsplanet inte får vara mindre än 0.85.

- 7-11.** Monokromatiskt ljus från en källa infaller mot en dubbelspalt. Bakom spalten finns en lins placerad. I linsens fokalplan bildas ett interferensmönster. Då avståndet mellan aperturerna ökas (från ett mycket litet värde) förändras interferensmönstret. De ljusa och mörka banden vandrar inåt. Då avståndet mellan två närliggande mörka band närmar sig 0.5 mm försvinner interferensmönstret helt. Då avståndet mellan aperturerna ökas ytterligare återkommer interferensmönstret. Antag att avståndet mellan ljuskälla och spalt är 10 cm. Linsens fokallängd är 1 meter.

Beräkna ljuskällans utbredning.

- 7-12.** En skärm placeras framför en utsträckt, diffus, inkoherent, kvasimonokromatisk ljuskälla med våglängden λ . I skärmen finns två öppningar i form av långa, smala spalter separerade med sträckan a_1 . På avståndet $D_1 \gg a_1$ från den första skärmen finns en annan, liknande skärm med smala spalter separerade med sträckan a_2 och parallella med spalterna i den första skärmen. Interferensfransar observeras på en tredje skärm på avståndet $D_2 \gg a_2$ från den andra skärmen.

För vilka avstånd D_1 försvinner interferensfransarna?

Svaret skall uttryckas i lämpliga kombinationer av de behövliga parametrarna λ, a_1, a_2 , och D_2 .

Facit

Kapitel 1

- 1-1.** $2.0 \cdot 10^{-3}$ m
1-2. $0.669a$ eller $-0.978a$
1-3. (a) $7, \pi$
 (b) $4, \pi/2$
 (c) $2.24, 63.4^\circ$
 (d) $1.41, 135^\circ$
1-4. $n = 8$ Hz, $c = 25$ m/s, $a = 5.8$ m,
 $\delta = 31^\circ$, längs positiva axeln
1-5. (a) 0.2 m
 (b) $2/\pi$ m/s
 (c) $\psi(x, t) = 0.03 \cos(10\pi x - 20t)$
1-6. $s = -0.43$ cm
1-7. $t = 42$ ms
1-8. (a) $3.3 \cdot 10^{-7}$ T, 13 W/m²
 (b) $1.34 \cdot 10^{11}$ /m³
1-9. $E_{0y} = 24.6$ V/m, $E_{0z} = 12.3$ V/m
1-10. 10^5 W, $5 \cdot 10^{11}$ W/m², $2.0 \cdot 10^7$ V/m,
 $3.5 \cdot 10^{15}$
1-11. 7.74 V/m, $2.6 \cdot 10^{-8}$ T
1-12. $I\lambda/hc, I/c, 2I/c$
1-13. $E_0 = 2.1 \cdot 10^7$ V/m, $B_0 = 7.1 \cdot 10^{-2}$
 T
1-14. $E_x = 0, E_y = 8.7$
 $\cos[4\pi \cdot 10^6(3 \cdot 10^8 t - x)], E_z = 0$
 $B_x = 0, B_y = 0, B_z = 2.9 \cdot 10^{-8}$
 $\cos[4\pi \cdot 10^6(3 \cdot 10^8 t - x)]$
 Fasvinkeln antas vara noll.
1-15. $1.95 \cdot 10^{-10}$ N
1-16. (a) 75 Hz
 (b) 13.3 ms
1-17. (a) 3.5 rad/m
 (b) 31.5 m/s.
1-18. (a) 1.67 s
 (b) 2.0 s
 (c) 3.33 m
 (d) 15 cm
1-19. (a) $(4.3 \cdot 10^{14} - 7.5 \cdot 10^{14})$ Hz
 (b) $1 - 200$ m
 (c) $(6 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{19})$ Hz
1-20. (a) 0.68 s
 (b) 1.47 Hz
 (c) 2.06 m/s
1-21. (a) 172
 (b) 5.2 m
1-22. (a) 600 nm
 (b) 6000 km
1-23. $3.0 \cdot 10^3$ m/s
1-24. (a) 0.48 Hz resp. 0.56 Hz
 (b) 31 m resp. 0.90 m
 (c) 2.1 s resp. 1.8 s
 (d) 4 resp. 0.4
 (e) 15 m/s resp. 0.5 m/s
 (f) längs positiva respektive
 negativa x -axeln
1-25. $y = 0.015 \sin[2\pi(\frac{x}{0.7} - \frac{t}{0.002})]$
1-26. (a) —
 (b) —
 (c) 200 cm/s; negativa
 x -riktningen
1-27. —
1-28. 1.07 pT
1-29. 89.2 cm
1-30. 1.2 MW/m²
1-31. (a) —
 (b) —
 (c) —
 (d) 5 cm/s

- 1-32. (a) $B_x = 0, B_y = \frac{5}{3 \cdot 10^8} \cos[\pi \cdot 10^{14}(t - x/c)],$
 $B_z = 0$
 (b) $33 \text{ mW/m}^2;$
 (c) $6.0 \text{ } \mu\text{m}$
- 1-33. 817 m
- 1-34. —
- 1-35. $1.03 \text{ kV/m}, 3.43 \text{ mT}.$
- 1-36. 10 MPa
- 1-37. $4.7 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2, 2 \cdot 10^{10} \text{ ggr. större}$
- 1-38. (a) $6.0 \cdot 10^8 \text{ N}$
 (b) $F_{\text{grav}} = 3.6 \cdot 10^{22} \text{ N}, 6 \cdot 10^{13} \text{ ggr. större}$
- 1-39. —
- 1-40. (a) $100 \text{ MHz},$
 (b) $1.0 \text{ mT i } z\text{-riktningen}$
 (c) $2.1 \text{ rad/m}, 6.3 \cdot 10^8 \text{ rad/s}$
 (d) 120 W/m^2
 (e) $8.0 \cdot 10^{-7} \text{ N}, 4.0 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}^2$
- 1-41. —
- 1-42. 491 nm
- 1-43. 1.92 mm/s
- 1-44. $1.41 \text{ m}, 0, 058 \text{ m/s}, 1.0 \text{ Hz}, 0.058 \text{ m}$
- 1-45. (a) —
 (b) Stående våg,
 $v_{\text{fas}} = \nu\lambda, v_{\text{grupp}} = 0$
- 1-46. (a) $0.27 \text{ A/m}, 13 \text{ W/m}^2$
 (b) $1.34 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$
- 1-47. (a) $10^5 \text{ W}, 5 \cdot 10^{11} \text{ W/m}^2, 1.95 \cdot 10^7 \text{ V/m}$
 (b) $3.48 \cdot 10^{15}$
- 1-48. $7.74 \text{ V/m}, 26 \text{ A/m}$
- 1-49. 2.0 mm
- 1-50. $0.0213 \text{ s och } 0.105 \text{ s}$
- 1-51. $0.669a \text{ eller } -0.978a$
- 1-52. $4.09 \cdot 10^6 \text{ sekunder eller } 1136 \text{ timmar}$
 eller $47.3 \text{ dagar}.$
- 1-53. (a) 2.94 W
 (b) $9.4 \cdot 10^{18} \text{ st/sekund}$
 (c) 5 mW: Nej
- 1-54. —
- 1-55. —
- 1-56. —
- 1-57. —

Kapitel 2

- 2-1. 44%
- 2-2. (a) 0.14 mm
 (b) $238 \text{ st}.$
- 2-3. —
- 2-4. (a) $\alpha = 4\pi\kappa/\lambda_0$
 (b) $n^2 - \kappa^2, 2n\kappa$
- 2-5. (a) —
 (b) 3.9%
- 2-6. —
- 2-7. —
- 2-8. 1.36
- 2-9. —
- 2-10. 1.47
- 2-11. 1.56
- 2-12. $1.9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- 2-13. —
- 2-14. —
- 2-15. 1.07 m
- 2-16. —
- 2-17. —
- 2-18. —
- 2-19. 182 cm
- 2-20. —
- 2-21. (a) Ja
 (b) Nej
 (c) cirka 43°
- 2-22. (a) 35.6°
 (b) 53.1°
- 2-23. (a) —
 (b) 23.2°
- 2-24. (a) $5.1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
 (b) 388 nm
 (c) $1.98 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- 2-25. —
- 2-26. —
- 2-27. $E_{\parallel}^{\text{trans}} = t_{\parallel} E_{\parallel}^{\text{in}} = 0.75 E_{\parallel}^{\text{trans}},$
 $E_{\parallel}^{\text{refl}} = r_{\parallel} E_{\parallel}^{\text{in}} = 0.00 E_{\parallel}^{\text{trans}},$
 $E_{\perp}^{\text{trans}} = t_{\perp} E_{\perp}^{\text{in}} = 0.72 E_{\perp}^{\text{trans}},$
 $E_{\perp}^{\text{refl}} = r_{\perp} E_{\perp}^{\text{in}} = -0.28 E_{\perp}^{\text{trans}},$
 $P^{\text{trans}} = 4\%, P^{\text{refl}} = 100\%$

- 2-28.** fashastighet: $1.97 \cdot 10^8$ m/s,
grupphastighet: $1.70 \cdot 10^8$ m/s
- 2-29.** 1.000042
- 2-30.** 1.58
- 2-31.** —
- 2-32.** (a) Läge 1: $I = 0.0452I_0$,
Läge 2: $I = 0.083I_0$,
(b) Läge 1: $I = 0.456I_0$ oberoende
av polarisationsriktningar,
Läge 2: $I = 0.5I_0$ för
||-komponenten.
- 2-33.** —
- 2-34.** —
- 2-35.** $R(457.9\text{nm}) = 10.35\%$, $T(457.9) = 84.99\%$,
 $R(514.5\text{nm}) = 9.74\%$, $T(514.5) = 85.85\%$
- 2-36.** (a) 4.3%,
(b) 672 nm,
(c) 1.233,
(d) 690 nm
- 2-37.** (a) —
(b) 82.64%
- 2-38.** 0.71° , därefter måste plattan vridas
ytterligare 0.49°
- 2-39.** 0.76 W/m^2
- 2-40.** —

Kapitel 3

- 3-1.** —
- 3-2.** —
- 3-3.** —
- 3-4.** —
- 3-5.** —
- 3-6.** —
- 3-7.** —
- 3-8.** —
- 3-9.** —

Kapitel 4

- 4-1.** 7.4%
- 4-2.** 1.54
- 4-3.** 31.8° eller 74.3°
- 4-4.** $E_{r\perp} = 0.2E_i$, $E_{r\parallel} = 0$,
 $I_{r\perp} = 0.04I_i$, $V_r = 1$
 $E_{t\perp} = 0.51E_i$, $E_{t\parallel} = 0.53E_i$,
 $I_{t\perp} = 0.26I_i$, $I_{t\parallel} = 0.28I_i$, $V_t = 0.04$
- 4-5.** (a) —
(b) $t = 1$, $t_\perp = 1$, $V_t = 0.16$
(c) 9 st.
- 4-6.** 84% $\perp$ -polariserat
- 4-7.** Polarisationsplanet är roterat
medurs 21.4°
- 4-8.** eo-strålen bryts 5.1°
- 4-9.** —
- 4-10.** Strålarna divergerar efter snittytan
i mitten. Efter prismet divergerar
de med $\Delta\phi = 1.04^\circ$.
- 4-11.** 0.36
- 4-12.** (a) 64
(b) 32
(c) 32
(d) 16
- 4-13.** (a) ja
(b) Det infallande ljusets
polarisationsplan riktas 49.1°
från optiska axeln
- 4-14.** (a) 1.94 V/m
(b) $1.67 \cdot 10^{-11} \text{ N/m}^2$
- 4-15.** —
- 4-16.** 25
- 4-17.** 0.21
- 4-18.** 20° eller 70°
- 4-19.** 19.0 W/m^2
- 4-20.** —
- 4-21.** (a) Använd N st. polaroidfilter,
successivt roterade
(b) Fem stycken
- 4-22.** —
- 4-23.** —
- 4-24.** (a) 0.00023 m

- (b) 10^{-3800}
- 4-25. (a) $\begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-i\pi/4) \end{bmatrix}$;
högerelliptiskt, $\alpha = 45^\circ$
- (b) $\begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-3i\pi/4) \end{bmatrix}$;
högerelliptiskt, $\alpha = -45^\circ$
- (c) $\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \exp(-3i\pi/8) \end{bmatrix}$;
högerelliptiskt, $\alpha = -23.6^\circ$
- 4-26. Vänstercirkulärt; planpolariserat parallellt med x -axeln;
planpolariserat längs -45° ;
vänsterelliptiskt med $\alpha = 31.7^\circ$;
vänsterelliptiskt med $\alpha = -16.8^\circ$;
vänstercirkulärt
- 4-27. (a) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (b) $\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$
- (c) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 - i \end{bmatrix}$
- 4-28. 84 % s-polariserat
- 4-29. $\begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$
- 4-30. (a) olika relativa fasförskjutningar för olika polarisationsriktningar vid totalreflektion
- (b) 1.52
- 4-31. —
- 4-32. o- och eo-strålarna divergerar symmetriskt med $\Delta\phi = 0.674^\circ$ i prismet
- 4-33. (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
- (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$
- 4-34. Polarisationsplanet är roterat medurs 21.4°
- 4-35. (a) $\begin{bmatrix} 1 \\ i \exp(1.2i\pi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(1.7i\pi) \end{bmatrix}$
- (b) Högerelliptiskt,
 $\begin{bmatrix} 0.7 \\ \exp(1.7i\pi) \end{bmatrix} =$
 $= 0.7 \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \exp(1.7i\pi) \end{bmatrix} =$
 $= \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2 \exp(1.7i\pi) \end{bmatrix}$
- (c) 7-8 %
- 4-36. $J_{\text{in}} = \begin{bmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix},$
 $J_{\text{ut}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.58 \exp(1.17i\pi) \end{bmatrix}$
- 4-37. 5.9°
- 4-38. (a) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ och $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (b) En kvartsvågsplatta. Ljus som är fullständigt linjärpolariserat parallellt med eller vinkelrätt med optiska axeln förväntas behålla sitt polarisationstillstånd vid passage.
- 4-39. Linjärpolarisator, optiskt aktiv skiva, Linjärpolarisator 90° vridet i förhållande till den första. Skivans tjocklek: 55 mm.
- 4-40. (a) Ja
- (b) Det infallande ljusets polarisationsplan riktas 49.1° från optiska axeln.
- 4-41. 20.9° , ty då uppnås Brewstervinkel för den ena strålen. Samtidigt fås totalreflektion för den andra.
- 4-42. En planpolarisator sätts framför en kvartsvågsplatta. Se till att ljusets polarisationsplan (efter polarisatorn) ligger i 45° -vinkel mot plattans axel så fås fullständigt cirkulärpolariserat ljus (den ena komponenten fördröjs 90° i fas gentemot den andra). Efter en eventuell bakreflektion av ljuset kommer samma komponent att fördröjas ytterligare 90° . När det bakåtspridda ljuset lämnar kvartsvågsplattan har sålunda den ena komponenten fördröjts 180° , d.v.s. den har 'bytt tecken'. Detta innebär att ljusets polarisationsplan har vridits 90° . Detta innebär i sin tur att ljuset fullständigt blockeras av linjärpolarisatorn och kommer därmed inte in i lasern.
- 4-43. —
- 4-44. —
- 4-45. —
- 4-46. 56.3°

- 4-47. (a) Amplitudförhållande: 1.5
(b) Intensitetsförhållande: 2.3
- 4-48. 1.14
- 4-49. $p = 0.5$ och $I_{\max}/I_{\min} = 3$
- 4-50. (a) $\theta = 35^\circ$
(b) $I_0 = 10.1 \text{ W/m}^2$, $I_p = 19.9 \text{ W/m}^2$
- 4-51. (a) Amplitudsförhållande: 0.267
(b) Intensitetsförhållande: 0.070
- 4-52. 1.53
- 4-53. $I_r = 0.035 I_0$
- 4-54. 17.5%.
- 4-55. (a) 64 pulser per minut
(b) 32
(c) 32
(d) 16 pulser per minut
- 4-56. (a) Med en polarisator; 25 % intensitetsförlust
(b) med en $\lambda/2$ platta, ingen intensitetsförlust
- 4-57. —
- 4-58. (a) 53°
(b) Ja, eftersom brytningsindex beror på våglängd
- 4-59. $55.50^\circ - 55.77^\circ$
- 4-60. —
- 4-61. (a) —
(b) $1.75 I_0$
(c) 60%
- 4-62. —
- 4-63. vänsterelliptiskt, storaxeln längs x -axeln
- 4-64. Vänsterelliptiskt, $\alpha = 0$
- 4-65. Totalreflektion av den ordinära strålen, d.v.s. planpolariserat ljus ut (eo - komponenten).
- 4-66. Man observerar en förskjutning av interferensmönstret en halv frans så att ett mörkt band inträffar i mitten.
- 4-67. 1.33
- 4-68. (a) —
(b) vänsterelliptiskt $\alpha = 31.7^\circ$
- 4-69. (a) Höger eller vänsterelliptiskt ljus med axlarna proportionella mot $\cos \alpha$ och $\sin \alpha$
(b) $\sin^2(2\alpha)$
- 4-70. (a) —
(b) $\lambda/4$ -platta med snaba axeln horisontellt, linjärpolarisator i 45° , $\lambda/4$ -platta med snaba axeln vertikalt.
- 4-71. (a) 0.3919
(b) —
- 4-72. —
- 4-73. —
- 4-74. —
- 4-75. —
- 4-76. —
- 4-77. För den ena polarisationskomponenten vinklas ljuset 0.524° uppåt medan den andra komponenten går opåverkad igenom.
- 4-78. (a) $37.08^\circ < \alpha < 42.28^\circ$
(b) då $\alpha = 37.08^\circ$
- 4-79. (a) $1.71 \mu\text{m}$
(b) $0.856 \mu\text{m}$
(c) 4.1°
- 4-80. —
- 4-81. 8.1%
- 4-82. 41%
- 4-83. $a = 1/16$, $b = -1$, $c = 4$
- 4-84. (a) vänstercirkulärpolariserat
(b) linjärpolariserat – y -axeln
(c) högercirkulärpolariserat
- 4-85. (a) polarisationskomponenten i papprets plan avböjs ingenting, den vinkelräta komponenten 0.52° uppåt
(b) polarisationskomponenten i papprets plan avböjs ingenting, den vinkelräta komponenten 0.52° nedåt
(c) polarisationskomponenten i papprets plan avböjs 0.52° uppåt, den vinkelräta komponenten 0.52° nedåt
- 4-86. (a) — ,
(b) $N = \infty$,
(c) 72.2% då $N + 2 = 17$ (15 inskjutes).

Kapitel 5

- 5-1. (a) $5I_0$
(b) $25I_0$
- 5-2. (a) 13.3 mW/m^2
(b) 12.5 mW/m^2
(c) 7.0 mW/m^2
- 5-3. 6.2
- 5-4. 14 st.
- 5-5. stående våg, $v_{\text{fas}} = \nu\lambda, v_g = 0$
- 5-6. (a) $\nu = 1.4, 4.1, 6.9 \dots \text{ kHz}$
(b) $I_{\text{max}}/I_{\text{min}} = 4400$
- 5-7. (a) $I = 25 \text{ resp. } 170 \text{ W/m}^2$
(b) $I = 60 \text{ W/m}^2$ i båda fallen
- 5-8. $d = 0.686 \mu\text{m}$, $\lambda = 667, 500$ och 400 nm
- 5-9. (a) 32 nm
(b) $1.6 \cdot 10^{-7}$
- 5-10. $1.1 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$
- 5-11. (a) skapats,
(b) $\beta = 7.2 \cdot 10^{-5}$ och $n = 1.0000715$
(c) $\Delta n = 1.9 \cdot 10^{-7}$
- 5-12. (a) $F = 360$
(b) $I_{\text{max}} = 0.25I_0$,
 $I_{\text{min}} = 6.9 \cdot 10^{-4}I_0$
(c) 1.25 nm ; $1.19 \cdot 10^4$
(d) 7, 10 och 12.2 cm
- 5-13. 338 nm
- 5-14. (a) 0.5 mm
(b) mönstret skiftar 240 fransar mot den sida där glasskivan placerats
- 5-15. kilvinkel på 0.013°
- 5-16. (a) minskar
(b) 739 nm
- 5-17. (a) $N = 2, d = 550 \text{ nm}$
(b) $\Delta\lambda = 9.3 \text{ nm}$
- 5-18. 1.16 mm
- 5-19. $I_{\text{tot}} = 0.0057I_{\text{dir}}$
- 5-20. 2.6236 cm
- 5-21. $R = 1370$, ja
- 5-22. $I = I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \frac{\sin^2 N\alpha}{\sin^2 \alpha}$, $\alpha = \frac{ka}{2} \sin \theta$,
 $\beta = \frac{kb}{2} \sin \theta$, $N = 6$, $a = 4 \mu\text{m}$,
 $b = 1 \mu\text{m}$
- 5-23. $r_N = (R_1 + R_2) \frac{4n^2 d^2}{\sqrt{N^2 \lambda^2 - 1}}$
- 5-24. (a) 0.5 mm
(b) 51 st.
(c) $50 \mu\text{m}$
- 5-25. 5.6 mm
- 5-26. $V = 0.932, 12.5 \mu\text{m}$
- 5-27. $1.41y_m$
- 5-28. Det kommer att bli interferens mellan ljuden från de tre orglarna. Konstruktiv interferens skapar en intensitet som är $9I_0$, där I_0 är intensiteten från en orgel då Inge Lomhörd står mitt framför gruppen. Då han flyttar sig sidledes minskar först intensiteten eftersom orglarnakommer delvis ur fas. Då han flyttat sig 10 meter har han flyttat sig en distans som innebär att fasan mellan mittersta och en av sidoorglarna förskjutits ca. 3π (exakt 3π om man förenklar $\tan \theta = \sin \theta = \theta$). Detta innebär att de 'släcker ut' varandra. Kvar blir bidraget från en orgel. Innan Inge har nått ända ut kommer han (efter $2/3$ av sträckan) att ha nått en position som ger ett nytt maximum.
- 5-29. $\pm 90^\circ$ eller $\pm \pi/2$
- 5-30. $\sqrt{4(H+h)^2 + d^2} - \sqrt{4H^2 + d^2} = \lambda/2$
- 5-31. $y_0^{\text{tot}} = 7.21 \text{ cm}$, $\phi = \arctan 1.5 = 56.3^\circ$
- 5-32. $y_0^{\text{tot}} = 0.833$, $\phi = \arctan(3/4) = 36.87^\circ$
- 5-33. —
- 5-34. —
- 5-35. $(2m+1)\pi$
- 5-36. Det måste fördubblas
- 5-37. 2.25 mm
- 5-38. $29.5 \mu\text{m}$
- 5-39. 648 nm
- 5-40. (a) $1/80 = 12.5 \cdot 10^{-3}$

- (b) 8.8 mm
- 5-41. 5.5 mm resp. 8.2 mm.
- 5-42. —
- 5-43. 0.072 mm
- 5-44. 600 nm
- 5-45. $6.6 \mu\text{m}$
- 5-46. $9.0 \mu\text{m}$
- 5-47. —
- 5-48. $8.0 \mu\text{m}$
- 5-49. —
- 5-50. $y = 27 \sin(\omega t + 8.5^\circ)$
- 5-51. —
- 5-52. —
- 5-53. —
- 5-54. (a) 1.17; 3.00; 7.50 m.
(b) Nej, närmare den ena än den andra
- 5-55. —
- 5-56. —
- 5-57. —
- 5-58. 0.208λ
- 5-59. —
- 5-60. 492 nm
- 5-61. —
- 5-62. Ljus
- 5-63. —
- 5-64. 70.0 nm
- 5-65. —
- 5-66. 673 nm
- 5-67. —
- 5-68. (a) 169 nm
(b) —
(c) Blåviolett reduceras kraftigt
- 5-69. —
- 5-70. 840 nm
- 5-71. —
- 5-72. (a) $\lambda/2n_2$
(b) $\lambda/2n_2$
(c) $\lambda/4n_2$
(d) $\lambda/4n_2$
(e) $\lambda/2n_2$
- 5-73. —
- 5-74. 141
- 5-75. —
- 5-76. —
- 5-77. —
- 5-78. 1.89 mm
- 5-79. —
- 5-80. 1.00025
- 5-81. —
- 5-82. (a) 34
(b) 46
- 5-83. —
- 5-84. —
- 5-85. —
- 5-86. 588 nm
- 5-87. —
- 5-88. 1.0003
- 5-89. —
- 5-90. 6.2
- 5-91. 7.55 ms
- 5-92. $v_{\text{fas}} = \lambda_1 \nu_1 = \lambda_2 \nu_2$ och
 $v_{\text{grupp}} = v_{\text{fas}}$
- 5-93. $v_{\text{fas}} = C_1$
- 5-94. $A(\nu) = \frac{\tau}{2} \frac{\sin[\pi(\nu_0 - \nu)\tau]}{\pi(\nu_0 - \nu)\tau}$ för stora ν_0
och då $\nu \approx \nu_0$.
- 5-95. $A(\nu) = \frac{h}{2} \frac{1}{\gamma/2 + 2i\pi(\nu_0 - \nu)}$ (Kolla detta svar en gång till)
- 5-96. $1.1 \cdot 10^{-3}$ rad
- 5-97. —
- 5-98. 338 nm
- 5-99. (a) 0.5 mm
(b) Mönstret skiftar 0.24 fransar mot den sida där glasskivan placerats
- 5-100. (a) 1.2 mm
(b) 41.7 mm
- 5-101. 0.013° kilvinkel.
- 5-102. (a) Minskar
(b) 739 nm
- 5-103. 4.3 mm
- 5-104. 0.144 mm
- 5-105. $I = I_0 \frac{4n^2}{4n^2 + (n^2 - 1) \sin^2\left(\frac{2\pi nd}{\lambda}\right)}$

- 5-106.** (a) $N = 2, d = 550 \text{ nm}$
 (b) $\Delta\lambda = 9.3 \text{ nm}$
- 5-107.** (a) Det uppkommer konstruktiv och destruktiv interferens beroende på om skillnaden i avstånd mellan reflektion i linsens yta och i passbitens yta är en halv eller en hel ljusvåglängd. Ekvation 10-37 i Pedrotti och Pedrotti ger, med $t_m = 60\lambda$ (120 stycken fram och tillbaka) 11.84 meter.
 (b) Om maximala avståndsskillnaden var 60 våglängder då vi har luft mellan linsen och passbiten, så ökar detta till $60 \cdot 1.33$ stycken då vi har vatten emellan. Detta innebär att de 120 ringarna blir 160 stycken med vatten emellan.
- 5-108.** —
- 5-109.** —
- 5-110.** (a) 25 mW/m^2 respektive 172 mW/m^2
 (b) 60 mW/m^2 i båda fallen
- 5-111.** $0.65I_0$
- 5-112.** $8.9 \mu\text{m}$.
- 5-113.** (a) min då $\sin\theta = \frac{c}{4fd}$,
 max då $\sin\theta = \frac{c}{fd}$
 (b) min då $\sin\theta = \frac{c}{6fd}$,
 max då $\sin\theta = \frac{c}{3fd}$
- 5-114.** minsta tjocklek: 150 nm
 (d.v.s. $1500 \text{ \AA}$)
- 5-115.** Tjockleksskillnad: $2.0 \mu\text{m}$
- 5-116.** (a) 100 nm
 (b) underskott på gult ljus vilket uppfattas som purpurfärgat
- 5-117.** 588 nm
- 5-118.** 1.000275
- 5-119.** Första maximum registreras vid vinkeln 6.0°
- 5-120.** 7 st. maxima registreras
 ($p = 0$ t.o.m. 6)
- 5-121.** Vinlenändringen är 0.014°
- 5-122.** Vinkelavståndet mellan huvudmaxima är 1.72° och bredden på huvudmaximet är 0.11°
- 5-123.** 5.4 mV
- 5-124.** Maximum inträffar då
 $y = \frac{D}{2d}(p - 1/2)\lambda$
- 5-125.** (a) 104 nm
 (b) Då $R_{01} \approx R_{12}$ men $R_{01} \neq R_{12}$ blir aldrig amplituden riktigt 0
 (c) förändra n_1 till 1.183
- 5-126.** Visibiliteten är 99.8%
- 5-127.** $R = 75.2\%$, tjocklek = 191 nm
- 5-128.** —
- 5-129.** där w är förskjutningen av interferensmönstret och Δx är separationen mellan två minima
- 5-130.** 460 nm
- 5-131.** (a) 1 mm
 (b) 30 fransar
 (c) 35°
- 5-132.** —
- 5-133.** ordningsnummer: 310 och 309;
 radier 9.8 mm och 15 mm
- 5-134.** (a) 1 W/m^2
 (b) 0.75 W/m^2
 (c) 1.75 W/m^2
 (d) 2.25 W/m^2
- 5-135.** (a) 25 mm
 (b) $82 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, d.v.s. 0.082 pm ,
 d.v.s. $0.000\,082 \text{ nm}$
 (c) $25\,000 \text{ st.}$
- 5-136.** $377.9 \mu\text{m}$
- 5-137.** Diamant: $82.6 \mu\text{m}$; LiF: $144 \mu\text{m}$;
 Is: $153 \mu\text{m}$
- 5-138.** —
- 5-139.** (a) 1.43
 (b) en reflektion sker nu mot tätare, vilket ger ett extra fastillskott på π . Sålunda destruktiv interferens.
 (c) $0.105 \mu\text{m}$
- 5-140.** —
- 5-141.** (a) I_0

- (b) inte alls
- 5-142.** 1 W/cm^2
- 5-143.** (a) interferens bestående av omväxlande ljusa och mörka band
- (b) 40 (eventuellt 39) ljusa band
- (c) fler ljusa och mörka band 49 eller 48 stycken
- 5-144.** (a) 0.0001
- (b) 167 nm (till 667 nm)
- 5-145.** 1.000018
- 5-146.** (a) 2.5 cm
- (b) 0.5 pm
- 5-147.** 5 (eventuellt 6) moder, våglängds-separation 0.1 nm, bredd 0.64 pm
- 5-148.** 7 W/cm^2
- 5-149.** $1.447 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.
- 5-150.** $7.36 \mu\text{m}$
- 5-151.** —
- (b) Bilden av två hål med 0.25 mm radie, separerade 10 mm. Bilden är suddig på grund av linsens begränsade öppningsvinkel (Fresnel diffraction).
- 6-14.** filtrera bort rumsfrekvensen 100π
- 6-15.** 0.289 mm
- 6-16.** 691 nm
- 6-17.** —
- 6-18.** $60.4 \mu\text{m}$.
- 6-19.** —
- 6-20.** (a) $2.19 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$
- (b) 2.51 mm
- 6-21.** —
- 6-22.** (a) 70.0 cm
- (b) 1.03 mm
- 6-23.** —
- 6-24.** 41.2 m från högtalarens normalriktning
- 6-25.** 160°
- 6-26.** —
- 6-27.** —
- 6-28.** —
- 6-29.** (a) —
- (b) —
- (c) —
- (d) 53° ; 10° ; 5.1°
- 6-30.** —
- 6-31.** —
- 6-32.** —
- 6-33.** (a) $1.32 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$
- (b) 21.1 m
- 6-34.** —
- 6-35.** 30 m
- 6-36.** —
- 6-37.** (a) $1.1 \cdot 10^4 \text{ km}$
- (b) 11 km
- 6-38.** —
- 6-39.** —
- 6-40.** 52.6 m
- 6-41.** 4.5 m

Kapitel 6

- 6-1.** 5 fransar
- 6-2.** 0.27 mm
- 6-3.** $7.0 \cdot 10^2$
- 6-4.** (a) $(477 \pm 8) \mu\text{m}$
- (b) $90 \mu\text{m}$
- 6-5.** —
- 6-6.** (a) $\Delta\theta = 2.21^\circ$, $N_{\max} = 5$
- (b) alla jämna ordningar saknas
- 6-7.** $n = 1.65$
- 6-8.** Större än ca. 70 cm
- 6-9.** 1.34 cm
- 6-10.** $2.8 \cdot 10^{15} \text{ m}$
- 6-11.** (a) 982
- (b) 0.359 mm
- 6-12.** $I = 0.04$ vid 0.8° , 1.6° , 2.4° , 3.2° , 4.8° , 5.6° , 6.4° och 7.2° , $I = 0.64$ vid 4.0°
- 6-13.** (a) interferensfransar från hålen (jfr. Youngs dubbelspalt)

- 6-42. —
- 6-43. 4.73 cm
- 6-44. —
- 6-45. (a) 0.347°
(b) 0.973°
- 6-46. —
- 6-47. (a) —
(b) 0.07 mm
(c) Tre gånger måndiametern
- 6-48. —
- 6-49. Fem
- 6-50. —
- 6-51. —
- 6-52. —
- 6-53. $\lambda D/d$.
- 6-54. —
- 6-55. —
- 6-56. —
- 6-57. Alla våglängder under 635 nm
- 6-58. —
- 6-59. 13600
- 6-60. —
- 6-61. (a) 6.0 mm
(b) 1.5 mm
(c) $m = 0, 1, \dots, 9$
- 6-62. —
- 6-63. 1100
- 6-64. —
- 6-65. —
- 6-66. —
- 6-67. —
- 6-68. —
- 6-69. —
- 6-70. —
- 6-71. —
- 6-72. —
- 6-73. (a) 55.6 pm
(b) Inga
- 6-74. —
- 6-75. (a) 23100
(b) 28.7°
- 6-76. —
- 6-77. —
- 6-78. —
- 6-79. (a) 2400 nm
(b) 800 nm
(c) $m = 0, 1, 2$
- 6-80. —
- 6-81. —
- 6-82. —
- 6-83. —
- 6-84. (a) 0.5 mm
(b) 25
(c) 61 mm
- 6-85. 8 cm
- 6-86. 0.27 mm
- 6-87. 60 cm
- 6-88. —
- 6-89. (a) 982
(b) 0.359 mm
- 6-90. —
- 6-91. (a) $\Delta\theta = 2.21^\circ$
(b) $N_{\max} = 5$
(c) —
(d) Alla jämna ordningar saknas
- 6-92. —
- 6-93. (a) Diffrafterade strålar i riktningarna $\sin\theta = 0, \pm\lambda/a$
- 6-94. Filtrerar bort rumsfrekvensen 100π
- 6-95. 0.289 mm
- 6-96. —
- 6-97. 5.6 mm
- 6-98. En oändligt liten ljuskälla långt från kameran bildar en fläck i kamerans bildplan vars radie är $d/2$, där d är hålets diameter. Fläckens radie p.g.a. diffraktion ges av $L \tan\theta$, där L är kamerans längd och där $\tan\theta$ i sin tur ges av $1.22\lambda/d$ (t.ex. Pedrotti och Pedrotti ekv. 16-20). Bästa bild erhålles då minsta fläck skapas. Den minsta totala fläcken (om man t.ex. summerar bidragen till oskärpan) fås 1.04 mm från hålet.

- Diffractionen bidrar med en suddighet vars radie är ca. 0.59 mm medan den geometriska effekten ger 0.52 mm.
- 6-99.** —
- 6-100.** 560 m
- 6-101.** 700 m
- 6-102.** —
- 6-103.** (a) $63 \mu\text{m}$
(b) —
- 6-104.** (a) $d = 476 \pm 8 \mu\text{m}$
(b) $b = 90 \mu\text{m}$
- 6-105.** inget ljus i intervallen:
 $-9.2^\circ < \theta < 9.2^\circ$,
 $-18.7^\circ < \theta < -16.3^\circ$,
 $16.3^\circ < \theta < 18.7^\circ$
- 6-106.** $54 \mu\text{m}$
- 6-107.** (a) 2.87°
(b) 3.82°
(c) 5.74°
- 6-108.** (a) 7 st.
(b) $p_{\text{grön}} = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9 (\pm 4 \text{ och } \pm 8 \text{ syns ej})$,
 $p_{\text{röd}} = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7 (\pm 4 \text{ syns ej})$
- 6-109.** —
- 6-110.** (a) 22.2
(b) 0.12 mm
- 6-111.** (a) 0.26 mm
(b) —
(c) missing orders då $N = 2, 4, 6, 8, \dots$ samt 18 st. sekundärmax mellan varje principalmax.
- 6-112.** —
- 6-113.** 400 nm, 462 nm, 545 nm och 667 nm saknas
- 6-114.** —
- 6-115.** —
- 6-116.** (a) $90^\circ, 11.5^\circ$, och 2.3°
(b) ej på skärmen, 0.102 m och 0.020 m
- 6-117.** 3
- 6-118.** —
- 6-119.** —
- 6-120.** —
- 6-121.** (a) spaltantal: 2,
spaltbredd: $50 \mu\text{m}$,
spaltseparation: $250 \mu\text{m}$
- 6-122.** —
- 6-123.** —
- 6-124.** —
- 6-125.** (a) Fresnel, ty fasen över aperturen skiljer mer än $\pi/4$
(b) 4 ggr.
- 6-126.** (a) 65.8 cm
(b) 6.89 cm
- 6-127.** (a) 667 nm, $40 \mu\text{m}$
(b) $30 \mu\text{m}$
- 6-128.** $0.067 \text{ mm}, 0.54^\circ, 1.09^\circ, 1.63^\circ$
- 6-129.** 0.905 mm och 0.65 mm
- ## Kapitel 7
- 7-1.** 5 cm
- 7-2.** $\Delta\lambda = 8 \cdot 10^{-8} \text{ nm}$, $\Delta\nu = 6 \cdot 10^4 \text{ Hz}$
- 7-3.** $4.67 \cdot 10^{10} \text{ m}$
- 7-4.** $V = 0.932, 12.5 \mu\text{m}$
- 7-5.** —
- 7-6.** (a) 0.5 mm
(b) 51 st.
(c) $50 \mu\text{m}$
- 7-7.** —
- 7-8.** De rörliga speglarna måste kunna separeras 0.17 m.
- 7-9.** (a) Lateral koherenslängden mindre än hålseparationen
(b) $\approx 0.08 \text{ mm}$
(c) $\approx 3 \text{ mm}$
(d) $1.46 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$
(e) vinkelupplösningen i ögat är mindre än vinkelseparationen mellan interferensfransarna, vilken är $6 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$
- 7-10.** 0.46 mm
- 7-11.** —
- 7-12.** —