

VÅGOR I MER ÄN EN DIMENSION

Antag en våg som propagerar i ett 2D-rum:

$$\Psi(x, y, t) = A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

Vågen existerar överallt i det 2dim-rummet, men den propagerar endast längs positiva x-axeln

~~Anim 2-1~~

OH 2-2

Not svarar de våds längs negativa x-axeln

$$\Psi(x, y, t) = A \cdot \sin(kx + \omega t)$$

~~Anim 2-2~~

OH 2-3

Notera att våta ejna beskriva en konstant fas

~~Anim 2-3~~

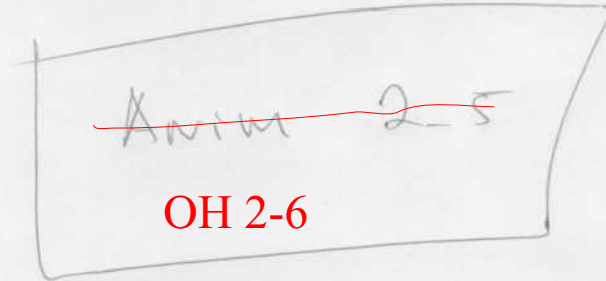
OH 2-4

~~Anim 2-4~~

OH 2-5

3-dimensioner:

$$\Psi(x,y,z,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t)$$



En kortant fas beskrivs nu av ett plan

{ Vi har en "plan vågfront"

{ Exaktare beskriver en "PLAN VÅG"

3D plan våg som propagerar i gättycklig riktning:

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \cdot \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} \vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z \end{array} \right.$

$$|\vec{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

riktning på $\vec{k}$ beskriver utbredningsriktningen

$\vec{k}$: "vågvektorn"

S FÄRISKA VÄGOR

Antag en perfekt punktkälla

~~ANIM 2-6~~
OH 2-7

Vågans ampli. tvt fördela sig på allt
större sfäriska vågfront

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

Intensiteten är proportionell mot Amplituden
: Kvadrat, och anta alltså kvadratisk!

$$I \sim \left(\frac{A}{r}\right)^2$$

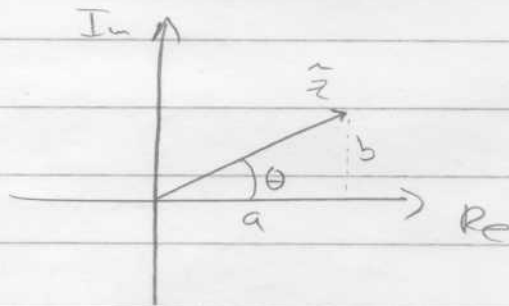
Obs att r inte går mot noll!

Repr. an vektor mit komplexer Zahl.

Rep.

Komplexer Zahl $\tilde{z} = a + ib$

$$\begin{cases} a = \operatorname{Re}(\tilde{z}) \\ b = \operatorname{Im}(\tilde{z}) \\ i = \sqrt{-1} \end{cases}$$



$$\begin{cases} |\tilde{z}| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ a = |\tilde{z}| \cos \theta \\ b = |\tilde{z}| \sin \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tilde{z} = |\tilde{z}| (\cos \theta + i \sin \theta)$$

Euler's formula: $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$

$$\Rightarrow \tilde{z} = |\tilde{z}| e^{i\theta}$$

Komplex konjugat:

$$\text{Da } \tilde{z} = a + ib = |\tilde{z}| \cdot e^{i\theta}$$

$$\Rightarrow \tilde{z}^* = a - ib = |\tilde{z}| \cdot e^{-i\theta}$$

$$\tilde{z} \tilde{z}^* = |\tilde{z}|^2$$

Ofta beskrivs en våg som:

$$\Psi(x,t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)}$$

ska man vara petig så betyda det:

$$\Psi(x,t) = A \cdot \cos(kx - \omega t) + i A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

Dvs. två harmoniska vågor beskrivs på en gång

I allmänhet ignoreras detta i beräkningarna och man koncentrerar sig på en våg

Ibland förekommer notationen:

$$\Psi(x,t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)} + c.c.$$

c.c. = "complex conjugate"

Komplex notation kan underlätta beräkningar betydligt.

$$3D \text{ plan våg: } \Psi(\vec{r}, t) = A \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$Sfärisk våg: \Psi(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$