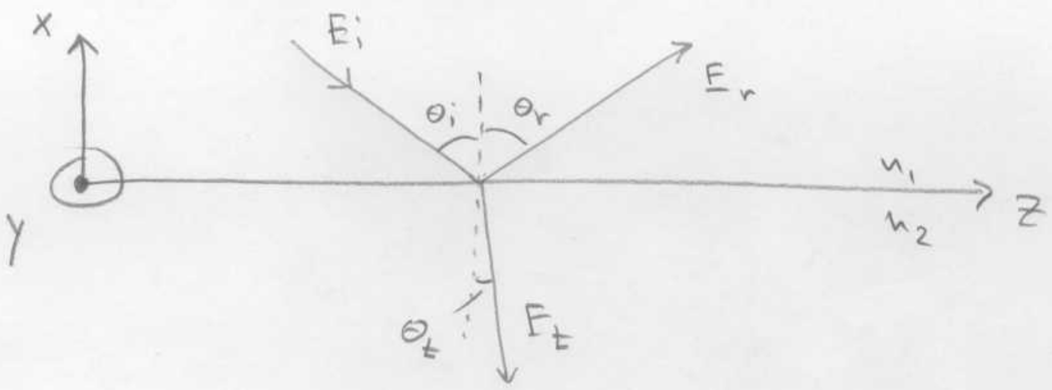
FRESNELS FORMLER



$$\begin{cases} E_i = E_0 \cdot e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \\ E_r = E_{r0} \cdot e^{i(\vec{k}_r\cdot\vec{r}-\omega_r t)} \\ E_t = E_{t0} \cdot e^{i(\vec{k}_t\cdot\vec{r}-\omega_t t)} \end{cases}$$

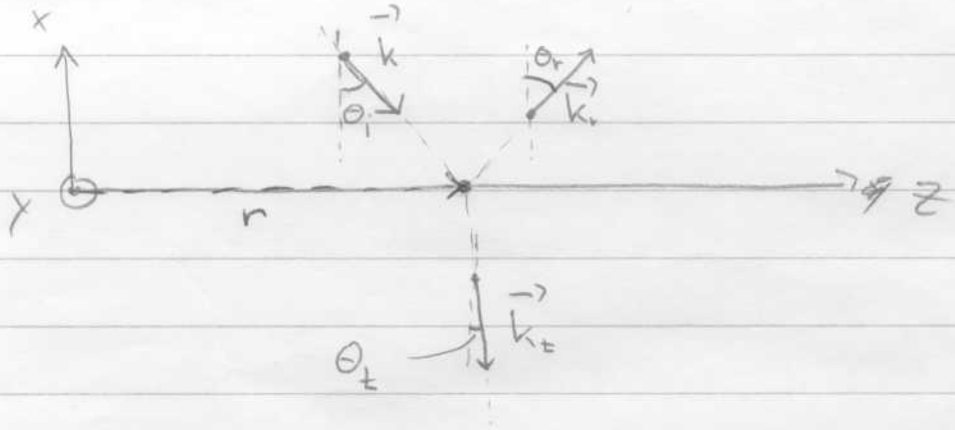
Vid infallspunkten måste det råda ett visst förhållande mellan E_i, E_r och E_t som är oberoende av $\vec{r}$ och t

$\Rightarrow$ Faserna måste vara lika!!

$$(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t) = (\vec{k}_r\cdot\vec{r}-\omega_r t) = (\vec{k}_t\cdot\vec{r}-\omega_t t)$$

t.ex. $\vec{r} = \bar{0} \Rightarrow \omega = \omega_r = \omega_t$

t.ex $t = 0 \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{r} = \vec{k}_r\cdot\vec{r} = \vec{k}_t\cdot\vec{r}$



$\vec{k}_r$ och $\vec{k}_t$ ligga också i infallsplanet

$\Rightarrow \quad k \cdot \sin\theta_i = k_r \cdot \sin\theta_r$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_1 \,, \quad k_r = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_1 \quad \Rightarrow \quad k_r = k$

$\boxed{\Rightarrow \theta_r = \theta_i \quad ; \text{ Refl.lagen}}$

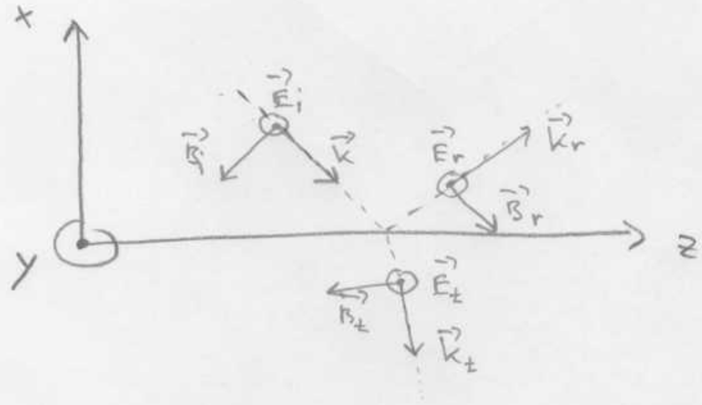
$k \cdot \sin\theta_i = k \cdot \sin\theta_t$

$k_t = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_2 \quad , \quad \frac{2\pi}{\lambda} n_1 \sin\theta_i = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_2 \sin\theta_t$

$\Rightarrow \boxed{n_1 \cdot \sin\theta_i = n_2 \cdot \sin\theta_t \quad : \text{ Snell}}$

Amplitudförhållanden

(1) pol. $\perp$ mot infallsplanet:



E-fältet transversellt mot infallsplanet

"TE-MOD" ("$\perp$-komp.")

Maxwell $\Rightarrow$ komp. av $\vec{E}$ och $\vec{B}$ som är // med ytan är kontinuerliga

$$\begin{cases} E + E_r = E_t \\ -B\cos\theta_i + B_r\cos\theta_i = -B_t\cos\theta_t \end{cases}$$

$$E = \frac{c}{n}B \quad \Rightarrow \quad B = \frac{n}{c}E$$

$$\begin{cases} E + E_r = E_t \\ n_1 E\cos\theta_i - n_1 E_r\cos\theta_i = n_2 E_t\cos\theta_t \end{cases}$$

$$\Rightarrow E n_1\cos\theta_i - E_r n_1\cos\theta_i = E n_2\cos\theta_t + E_r n_2\cos\theta_t$$

$$E(n_1\cos\theta_i - n_2\cos\theta_t) = E_r(n_2\cos\theta_t + n_1\cos\theta_i)$$

$$r_\perp = \frac{E_r}{E} = \frac{n_1 \cos\Theta_i - n_2 \cos\Theta_t}{n_1 \cos\Theta_i + n_2 \cos\Theta_t} =$$

$$= \frac{\cos\Theta_i - \frac{n_2}{n_1}\cos\Theta_t}{\cos\Theta_i + \frac{n_2}{n_1}\cos\Theta_t} = \frac{\cos\Theta_i - \frac{\sin\Theta_i}{\sin\Theta_t}\cos\Theta_t}{\cos\Theta_i + \frac{\sin\Theta_i}{\sin\Theta_t}\cos\Theta_t} =$$

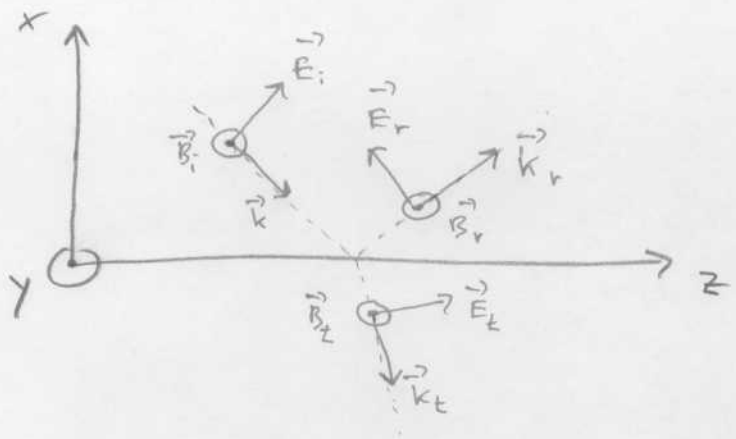
$$= \frac{\cos\Theta_i \sin\Theta_t - \sin\Theta_i \cos\Theta_t}{\cos\Theta_i \sin\Theta_t + \sin\Theta_i \cos\Theta_t} =$$

$$= - \frac{\sin(\Theta_i - \Theta_t)}{\sin(\Theta_i + \Theta_t)}$$

$$E + r_\perp = t_\perp E \quad \Rightarrow t_\perp = r_\perp + 1 = \frac{E_t}{E}$$

$$\Rightarrow \quad t_\perp = \frac{2\cos\Theta_i \sin\Theta_t}{\sin(\Theta_i + \Theta_t)}$$

② pol. // med infallsplanet



B-fältet transversellt mot infallsplanet

"TM-MOD" ("//-komp.")

Maxwell (p.s.s. som förut)

$$\begin{cases} B + B_r = B_t \\ E\cos\theta_i - E_r\cos\theta_r = E_t\cos\theta_t \end{cases}$$

----- Analog härledning -----

$\Rightarrow$ $r_{//}$ och $t_{//}$

TE:

$$r_\perp = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_\perp = \frac{2\cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

TM:

$$r_\parallel = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_\parallel = \frac{2\cos\theta_i \sin\theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)}$$

r: reflektionskoeff

t: transmissionskoeff

Refl. och Trans IRRADIANS

~~OH 18-1~~

OH 11-2

Energiprincipen : $P_i = P_r + P_t$

Antag homogen int. fördelning :

$$I_i A_i = I_r \cdot A_r + I_t A_t$$

$$I_i A \cos\Theta_i = I_r A \cos\Theta_i + I_t A \cos\Theta_t$$

$$\left\{ I = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{c}{n} E_0^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 n^2 \frac{c}{n} E_0^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 n c E_0^2 \right\}$$

$$\Rightarrow n_1 \cos\Theta_i E_{0i}^2 = n_1 \cos\Theta_i E_{0r}^2 + n_2 \cos\Theta_t E_{0t}^2$$

$$E_{0i}^2 = E_{0r}^2 + \frac{n_2}{n_1}\frac{\cos\Theta_t}{\cos\Theta_i} E_{0t}^2$$

$$1 = r^2 + \frac{n_2}{n_1}\frac{\cos\Theta_t}{\cos\Theta_i} t^2$$

Reflekterad irradians : $I_r = R \cdot I_i$

$$\boxed{R = r^2}$$

Transmitterad irradians : $I_T = R \cdot I_t$

$$\boxed{T = \frac{n_2}{n_1}\frac{\cos\Theta_t}{\cos\Theta_i} t^2}$$

$$1 = R + T$$

R : "Reflektans"

T : "Transmittans"

R och T vid ext. resp. int. refl.

① Extern refl. $(n_1 < n_2)$

$$\begin{cases} R = r^2 \\ T = \dfrac{n_2}{n_1}\dfrac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}\, t^2 \end{cases}$$ + Fresnels form. + Snell

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{~~OH 18-2~~ OH 11-3}}$

$\{ n_1 = 1,\ n_2 = 1.5$ i exemplet $\}$

$\theta_i = 0 \Rightarrow R_\perp = R_\parallel = 0.04$

$\theta_i \to 90^\circ \Rightarrow R_\perp, R_\parallel \to 1$

$\theta_i = \theta_B = 56^\circ \Rightarrow R_\parallel = 0,\ R_\perp \approx 0.15$

(Brewster-vinkeln)

② Intern Refl. $(n_1 > n_2)$

$\boxed{\text{~~OH 18-3~~ OH 11-4}}$

$\theta_i = 0 \Rightarrow R_\parallel = R_\perp = 0.04$

$\theta_i \to \theta_c = 46^\circ \Rightarrow R_\perp, R_\parallel \to 1$

(kritisk vinkel för tot. refl.)

$\theta_i = \theta_B = 34^\circ \Rightarrow R_\parallel = 0,\ R_\perp \approx 0.15$

$\theta_i > \theta_c \Rightarrow r_\perp$ och $r_\parallel$ komplexa

$|r_\perp| = |r_\parallel| = 1 \Rightarrow$ Total refl.

Fasskift vid refl.

negativt värde på r => fasskift med π

$$\left\{ \begin{aligned} E_r &= -|r|\,E_i = \cos\pi \cdot |r|\,E_i = (\cos\pi + i\sin\pi)\,|r|\,E_i = \\ &= e^{i\pi}\,|r|\,E_{i0}\,e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} = |r|\cdot E_{i0}\,e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\pi)} \end{aligned} \right\}$$

Ext. refl.

- - - - - - -

$\boxed{\text{OH } \cancel{\text{L8-2}}\ \text{5} \quad 11-5}$

Fasskift med π då $\begin{cases} \text{TE-mod}(\perp): \text{alla } \theta_i \\ \text{TM-mod}(\parallel): \theta_i > \theta_B \end{cases}$

Int. refl.

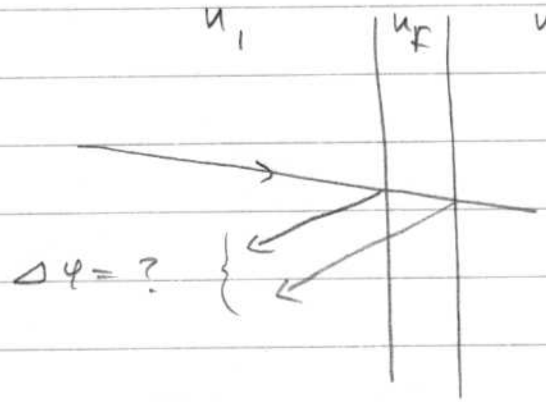
- - - - - - -

$\boxed{\text{OH } \cancel{\text{L8-3}}\ \text{6} \quad 11-6}$

Fasskift med π då $\begin{cases} \text{TE-mod}(\perp): \text{aldrig cså länge } \theta_i < \theta_c \\ \text{TM-mod}(\parallel): \theta_i < \theta_B \end{cases}$

Hur blir fasskiftet mellan två komponenter som reflekteras i främre resp. bakre ytan av ett tunt skikt?

1)

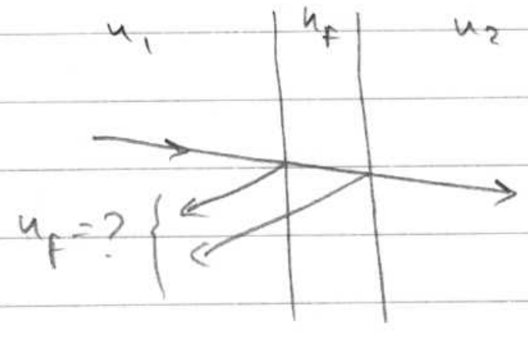


$n_1 < n_f < n_2$

$\Rightarrow$ Två extern refl.

Eftersom båda refl. är av samma typ så blir $\Delta\varphi = 0$

2)



$n_f > n_1, n_2$

en intern och en extern refl.

2a: TE-mod ($\perp$)

Extern refl har alltid ett fasskift på π
intern -"- -"- alldrig något -"-

$\Rightarrow \Delta\varphi = \pi$

2b: TM-mod ($\parallel$

$\theta_i < \theta_B$: ext. refl $\rightarrow$ $\varphi = 0$

int. refl $\rightarrow$ $\varphi = \pi$

$\theta_i > \theta_B$: ext refl $\rightarrow$ $\varphi = \pi$

int refl $\rightarrow$ $\varphi = 0$

$\Rightarrow$ $\Delta\varphi = \pi$ alltid

$\boxed{\text{OH } 11.7}$

Slutsats:

Slentrianmässigt säger man att det ska en fasshift vid extern, men inte vid intern refl.

Inte helt sant, men det leder oftast till rätt slutsats

Totalreflektion

$\varphi = ?$

intern refl., $\theta_i > \theta_c$

$$\Rightarrow \quad r_\perp = e^{i\varphi_\perp}, \quad r_\parallel = e^{i\varphi_\parallel}$$

(komplexa!)

Härledning av $\varphi_\perp$ och $\varphi_\parallel$ ger

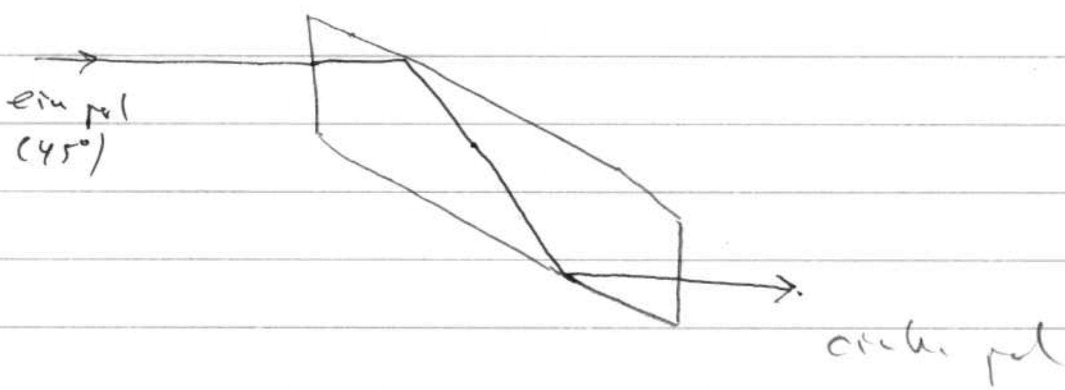
$$\boxed{\text{OH 11\_8}}$$

Ex: $\theta_i \approx 50^\circ \Rightarrow \Delta\varphi = \varphi_\parallel - \varphi_\perp = 45^\circ$

$\Rightarrow$ två successiva refl. kan ändra den relativa fasen med 90°

$\rightarrow$ cirkulär pol!

Fresnelromb



Speciellt, normalt infall ($\theta_i = \theta_t = 0$)

$$\Rightarrow r_\perp = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = -\frac{\theta_i - \theta_t}{\theta_i + \theta_t} =$$

$$= -\frac{\theta_i - \frac{n_1}{n_2}\theta_i}{\theta_i + \frac{n_1}{n_2}\theta_i} = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

normalt infall:

$$\boxed{\begin{gathered} r_\perp = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \\[2em] r_\parallel = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \end{gathered}}$$

$$|r_\perp| = |r_\parallel| \Rightarrow R_\perp = R_\parallel$$