UMEÅ UNIVERSITET
Instutitionen för fysik
Emil Lundh

110324

Tentamen i **termodynamik**, 2011-03-24.

Hjälpmedel: *Physics Handbook*, räknare.

Definiera alla beteckningar. Redovisa antaganden och approximationer.

5 uppgifter på 2 sidor, maximalt 20 poäng. G: 10p, VG: 15 p.

---

1. (4p) För var och en av dessa utsagor / ekvationer, under vilka förutsättningar är utsagan / ekvationen giltig?

   (a) $Q = TdS$

   (b) $U = \frac{f}{2}NkT$

   (c) $Q = C_P \Delta T$

   (d) Helmholz fria energi F minimeras.

   (a) gäller för kvasistatisk process

   (b) Ekvipartitionssatsen gäller då kvanteffekter kan försummas

   (c) Gäller för processer vid konstant tryck

   (d) gäller för processer vid konstant temperatur.

2. (4p) En fasgräns i P-V-diagrammet är definierad utifrån att Gibbs fria energierna för gasfasen och vätskefasen är lika. Härled ur detta Clausius-Clapeyrons ekvation för faslinjen,
$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T\Delta V}.$$

   Se bokens kapitel 5.3

3. (4p) Till nyår brukar vissa spå i tenn genom att hälla ned smält tenn i rumstempererat vatten och tolka de spännande tennformationer som uppstår. Processen sker isobart (dvs vid konstant tryck) och adiabatiskt. Antag att tennet befinner sig precis vid smältpunkten.

(a) Hur mycket tenn måste vi hälla ned i 1 liter vatten för att värma vattnet till kokpunkten?
(b) Hur mycket tenn behövs för att allt vatten ska koka bort?
(c) Trots det teoretiska svaret i (a), så brukar man i själva verket se att en del vatten ångar bort även om man häller i betydligt mindre tenn. Hur förklarar du det?
(a) Börja med vattnet. Värmekapaciteten för en liter är $C_P = 4,20$ *kJ/K. För att värma till 100°C krävs* $Q = 4,20 \times 80 =$ *336 kJ. För tenn är latenta värmet* $l = 59kJ/kg$ *och vid kylning från smältpunkten 505K till vattnets kokpunkt,* $\Delta T = 505 - 373 = 132K$*, avges värmet* $Q = 0,23 \times 132 = 30,36kJ/kg$*. Totalt* $q = 59 + 30,36 = 89kJ/kg$*. Vi finner alltså* $m = 336/89 = 3,8kg$*.*
(b) Förångningsvärmet för vatten är $L = 2267kJ$*. Totalt krävs nu* $Q =$*336+2267=2603 kJ. Då blir tennets massa* $m = 2603/89 = 29kg$*.*
(c) Om processen inte är kvasistatisk kommer temperaturen inte att utjämnas i vattnet. Det vatten som är nära tennet hinner bli uppvärmt till kokpunkten innan värmet leds bort genom konduktion och konvektion.

4. (4p) Härled formeln

$$\left(\frac{\partial P}{\partial N}\right)_{V,T} = -\left(\frac{\partial \mu}{\partial V}\right)_{T,N}.$$

Vi har derivator med avseende på T, V, N*, så vi ska börja med en termodynamisk potential som är en funktion av dessa. Det är Helmholtz fria energi. Ur*

$$dF = -SdT - PdV + \mu dN$$

får vi

$$\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{V,T}, \; P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,N}.$$

Derivera vidare

$$\begin{aligned} \text{VL} &= -\left(\frac{\partial}{\partial N}\right)_{V,T}\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,N} \\ &= -\left(\frac{\partial}{\partial V}\right)_{T,N}\left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{T,V} = \text{HL} \end{aligned}$$

Vid radbrytningen använde vi att andraderivator kan bytas om.

5. (4p) Stirlingcykeln består av följande moment: 1→ 2: isoterm kompression vid temperatur T_c. 2→ 3: isokor (konstant volym) uppvärmning till temperatur T_h. 3→ 4: isoterm expansion vid temperatur T_h. 4→ 1: isokor avkylning till utgångspunkten.

   (a) Rita upp ett P-V-diagram för Stirlingcykeln.

(b) Under vilka steg i cykeln tillförs resp avges värme, under vilka utförs arbete på resp av systemet? (Anm. I en riktig Stirligmotor skall det finnas en s.k. regenerator, men strunta i det och antag bara att värme avges till resp tillförs från omgivningen.)

(c) Beräkna det tillförda resp avgivna värmet och arbetet i varje steg i termer av volymerna och temperaturerna som cykeln arbetar mellan. Antag ideal gas.

(d) Beräkna verkningsgraden. Blir det samma som för Carnotcykeln? (Om svaret inte stämmer med vad ni lärde er i laborationen, så tänk på att vi inte räknar med regeneratorn nu.)

(a) Figur.

(b) 1→2: Vid isoterm kompression är energin oförändrad. Men $W = -\int PdV$ *är positiv, så arbete utförs på systemet och värme* Q_{c1} *lämnar systemet.*
2→3: Temperaturen ökar men $dV = 0$*, alltså tillförs värme* Q_{h1}*. 3→4: Isoterm expansion, systemet utför arbete och tillförs värme* Q_{h2}*.*
4→1: Temperaturen minskar, f"orlorar energi. $dV = 0$*, inget arbete, systemet avger värme* Q_{c2}*.*

(c) 1→2: $Q_{c1} = -W = \int PdV = NkT_c \ln(V_2/V_1)$.
2→3: $Q_{h1} = (f/2)Nk(T_h - T_c)$.
3→4: $Q_{h2} = W = -\int PdV = NkT_h \ln(V_1/V_2) = NkT_h \ln(V_2/V_1)$.
2→3: $Q_{c2} = (f/2)Nk(T_h - T_c)$.
Sätt ihop

$$e = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = \frac{(T_h - T_c)\ln(V_2/V_1)}{T_h \ln(V_2/V_1) + (f/2)(T_h - T_c)} = \frac{(T_h - T_c)}{T_h + (f/2)\frac{(T_h - T_c)}{\ln(V_2/V_1)}}$$

vilket förstås är mindre än för Carnot, $(T_h - T_c)/T_h$*. I bokens Problem 4.21 får man visa att om regeneratorn tas med, blir det lika med Carnot.*